



Geometría Vectorial

MAT-14250

Temario de referencia – Estudiante

Otoño 2026

Coordinación: José Ezequiel Soto Sánchez · ezequiel.soto@itam.com

Enfoque del curso

En este curso aprenderás un lenguaje: el de los vectores, que a través de su estructura algebraica permite describir con precisión objetos geométricos y demostrar enunciados de la geometría clásica en pocas líneas. Nos interesa, en ese orden:

1. Que **comprendas las definiciones y los teoremas**, y que descubras su utilidad y su poder representativo.
2. Que comiences a desarrollar la **capacidad de leer y escribir lenguaje formal**: en particular, la notación de lugar geométrico $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \text{condición}\}$, que atraviesa el curso desde la recta hasta las cónicas.
3. Que adquieras **soltura operativa** en el uso de vectores: calcular bien, rápido y verificando tus resultados.

Ideas centrales que sostienen el curso

Primera: un sistema de coordenadas es una elección (un modelo)

Aparece en §1.1 con los ejes oblicuos; regresa en §2.6 (resolver un sistema es escribir un vector en un sistema oblicuo), en §4.2 (las columnas de una matriz son las imágenes de los ejes), en §5.3 (girar los ejes para simplificar la ecuación) y en §6.2 (elegir polares cuando hay un centro privilegiado).

Segunda: un lugar geométrico es un conjunto descrito por una condición lógica (proposición)

Aparece en §2.1 con la recta, en §3.4 con el plano, y culmina en §5.1 con las cónicas, donde una condición de distancia produce cuatro curvas que resultan ser una sola familia. Se enfatiza la posibilidad de reconocer los objetos geométricos y transformarlos.

Todo lo demás —producto escalar, proyección, producto vectorial, determinante— son *herramientas* derivadas de la construcción del modelo vectorial que son necesarias para sostener esas dos ideas. Es importante que las pienses así.

Motivación: para qué sirven los sistemas de coordenadas y los vectores (ejemplos sugeridos)

- **Videojuegos:** geometría de los objetos, el punto de vista del jugador y la cámara.
- **Tipografías vectoriales en PDF:** cada letra vive en un sistema local y se coloca en la página por traslación y escalamiento.
- **Color digital:** combinaciones, promedios y gradientes como interpolación lineal.
- **Modelos de lenguaje (LLMs):** las palabras como vectores en espacios de *embedding*, y la similitud de coseno como producto escalar normalizado.
- **Mapas y GPS:** latitud y longitud como coordenadas esféricas; trilateración.
- **Ciencia de datos:** leer los datos como vectores permite aplicar el producto interno (correlación) y transformaciones en distintas metodologías de análisis.

Temario detallado

Nota: Los temas marcados con [C] será tu responsabilidad trabajarlos de forma independiente como **estudio guiado en el cuaderno** correspondiente, **no serán presentados con detalle en clase** pero se pueden revisar dudas y comentar.

1. Vectores en el plano

5 sesiones · S1–S3

1. Sistemas de coordenadas generales (oblicuos): localización de puntos.
2. Coordenadas rectangulares (cartesianas). Puntos. Notación de conjunto.
3. Vectores en el plano. Representantes.
4. Operaciones básicas con vectores. Interpretación geométrica. Traslación.
5. Equivalencia entre puntos y vectores de posición.
6. Norma y dirección. Vector unitario.
- [C] *Repaso de trigonometría y forma polar (anexo separado).*
7. Producto escalar. Ángulo entre dos vectores (CBS). Ortogonalidad.
8. Proyección ortogonal: escalar y vectorial. Complemento ortogonal.

2. Rectas en el plano

4 sesiones · S3–S6

1. Construcciones de la recta: implícita (lugar geométrico, ecuación normal) y paramétrica.
2. Segmento de recta. Combinación convexa e interpolación lineal (LERP).
3. Otras representaciones de la ecuación de la recta y casos en que fallan.
4. Posición relativa entre dos rectas: ángulo, paralelismo y ortogonalidad.
5. Distancia de un punto a una recta. Distancia con signo. Distancia entre rectas paralelas.
6. Intersección entre dos rectas. Sistemas de ecuaciones.

Interpretación vectorial: representación en sistemas de coordenadas oblicuos.

3. Vectores en el espacio

4 sesiones · S6–S8

1. Extensión de las operaciones del plano al espacio.
[C] *Qué nociones se extienden y qué cambia: en $\mathbb{R}^3$ la dirección perpendicular a un vector deja de ser única.*
2. Producto vectorial. Áreas, volúmenes y triple producto. Coplanaridad.
3. Rectas en el espacio. Las cuatro posiciones relativas, incluidas las alabeadas (que *se cruzan*).
4. Plano: ecuación normal (implícita) y ecuación paramétrica.
5. Intersecciones entre rectas y planos en el espacio.
[C] *Apéndice: coordenadas cilíndricas y esféricas; latitud y longitud.*

4. Matrices y determinantes (2×2)

4 sesiones · S9–S10

1. Sistemas de ecuaciones lineales. Interpretación geométrica y representación matricial.
Las dos lecturas de $A\vec{x} = \vec{b}$: intersección de rectas y combinación lineal de columnas.
2. Transformaciones geométricas con matrices. Rotaciones.
Columnas de la matriz A como imágenes de los vectores canónicos: diseño de transformaciones y sus inversas.
3. Producto de matrices. Composición de transformaciones y no conmutatividad.
4. Determinante. Área orientada e interpretación geométrica. [C] *Determinantes de 3×3 por cofactores.*
5. Matriz inversa. [C] *Práctica operativa de inversas y composición.*

5. Cónicas en el plano

7 sesiones · S11–S14

1. Cónicas como lugares geométricos. Definiciones focales, ecuaciones canónicas y excentricidad.
Construcciones de las cónicas. Esferas de Dandelin y directriz. (Tres sesiones: definiciones; construcciones con cuerda, compás, papel doblado y matriz; por qué esos objetos aparecen al cortar un cono.)
2. Cónicas como formas cuadráticas vectoriales: $\vec{x}^T A \vec{x} = k$ con A simétrica.
3. Transformación de coordenadas: traslación y rotación de ejes. Invariantes.
4. Ecuación general de segundo grado y su clasificación por el discriminante. Casos degenerados.

6. Coordenadas polares

3 sesiones · S15–S16

1. Representación polar de las cónicas: clásicas y con el foco en el polo.
2. Cambio de sistemas de coordenadas: rectangulares $\leftrightarrow$ polares. No unicidad de la representación polar.
3. Otras funciones polares: cardioide, caracol, rosas, lemniscata, espiral.

7. Curvas paramétricas

1 sesión · S17

1. Curvas algebraicas planas. Forma implícita y paramétrica. *Cierre de la dualidad abierta en §2.1.*
2. [C] Graficación de curvas algebraicas por análisis.
3. [C] Otras curvas paramétricas: cicloides e involutas.

Materiales del curso

- **17 cuadernos de trabajo**, uno por semana. Cada uno contiene:
 - ejemplos para resolver en clase con espacio cuadriculado,
 - ejemplos resueltos como referencia de estudio, y
 - ejercicios para el trabajo independiente divididos en tres tipos:
 - clásicos (refuerzo operativo),
 - problemas clásicos de la geometría vectorial, y
 - problemas aplicados.

Los cuadernos 4, 8 y 12 incluyen, además un repaso para el examen departamental, la lista de errores frecuentes y preguntas de simulacro; el 17 cierra con el mapa de repaso para el examen final.
- **Anexo de trigonometría**, para leer durante la semana 2. Reconstruye el seno y el coseno desde el círculo unitario y explica de dónde salen las razones del triángulo rectángulo.
- **Formulario en tres partes**, alineadas con los tres departamentales.

Usa el material

El tiempo de estudio individual es fundamental para el aprendizaje en matemáticas. Los cuadernos están diseñados para ocuparte entre 4 y 6 horas a la semana (fuera de clase) para estudiar y resolver los ejercicios. Si comprendes las ideas progresivamente e inviertes tiempo constante cada semana, solo necesitarás un repaso para los exámenes, y, lo más importante: **¡aprenderás!**

Uso de IA generativa

Insistimos enfáticamente que en este curso uses la inteligencia artificial (IA) generativa **lo menos posible**. Prioriza resolver los ejercicios y problemas usando únicamente tus notas de clase y el material proporcionado.

Evaluación

Componente	Peso	Fecha	Contenido evaluable
Examen departamental 1	20 %	Miércoles 2 de septiembre	Unidad 1 completa y §2.1–2.3
Examen departamental 2	20 %	Miércoles 30 de septiembre	Unidades 2 y 3 completas
Examen departamental 3	20 %	Miércoles 28 de octubre	Unidad 4 completa y §5.1 completo
Controles y tareas	10 %		Definido por tu docente
Examen final *	30 %	Definida por Dirección Escolar	Acumulativo

Todos los exámenes departamentales son en **miércoles de 14 a 16 horas**; el salón se asigna con anticipación.

* El examen final es acumulativo. La calificación en el examen final debe ser mayor o igual al 50 % para que éste sea promediado con los otros, como lo indica el reglamento del ITAM.

Bibliografía

Textos de apoyo

1. **Farin, G. & Hansford, D.** (2021). *Practical Linear Algebra: A Geometry Toolbox*. 4ª ed. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, colección *Textbooks in Mathematics*.
La referencia más cercana al enfoque del curso: construye el álgebra lineal desde la geometría de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ antes de generalizar. Especialmente útil para las unidades 1 a 4. La 3ª edición (A K Peters/CRC, 2013) es equivalente para nuestros fines.
2. **Vince, J.** (2022). *Mathematics for Computer Graphics*. 7ª ed. Londres: Springer, colección *Undergraduate Topics in Computer Science*.
Fuente de las motivaciones aplicadas: transformaciones, sistemas locales, interpolación y curvas. Bueno para las unidades 4 a 7 y para los problemas de la sección C de los cuadernos.
3. **Banchoff, T. & Wermer, J.** (1992). *Linear Algebra Through Geometry*. 2ª ed. Nueva York: Springer, colección *Undergraduate Texts in Mathematics*.
Desarrolla la formalidad del álgebra lineal partiendo de la geometría del plano y el espacio. Su tratamiento de las transformaciones y las formas cuadráticas es el puente natural entre las unidades 4 y 5, y anticipa la diagonalización que aquí solo se insinúa.
4. **Arianrhod, R.** (2024). *Vector: A Surprising Story of Space, Time, and Mathematical Transformation*. Chicago: University of Chicago Press.
Divulgación histórica sobre el origen del concepto de vector. No es un texto de ejercicios: sirve para dar contexto y para sugerir lectura a los estudiantes que pregunten de dónde viene todo esto.

Ejercicios adicionales

5. **Morones, R. & López, C.** (2011). *Cuadernillo de Ejercicios de Geometría Analítica I*. México: ITAM.
[Disponible en el sitio del Departamento de Matemáticas del ITAM](#). Banco de ejercicios operativos, útil para complementar la sección A de ejercicios de los cuadernos en caso de ser necesario.