



# CÁLCULO MULTIVARIABLE

(Actuarios, matemáticos, ingenieros, ciencias de datos, IA)

Lu. Mi. Vi. Una hora y media

## TEMAS Y SUBTEMAS: (Clases: 47)

1. **Sucesiones y series (8 clases)**
  - 1.1. Sucesiones crecientes, decrecientes, acotadas. Convergencia.
  - 1.2. Sumas parciales de series, convergencia. Series geométricas, alternantes, telescópicas.
  - 1.3. Criterios de convergencia o divergencia de series: término  $n$ -ésimo, integral, comparación directa, comparación del límite, razón (D'Alembert), raíz (Cauchy), serie alternante (Leibniz).
  - 1.4. Convergencias absoluta y condicional de series, reordenamiento de los términos de una serie.
  - 1.5. Series de potencias, radio e intervalo de convergencia.
  - 1.6. Teorema de Taylor, polinomios de Taylor.
  - 1.7. Serie de Taylor.
2. **El espacio  $R^n$  (repaso breve – 4 clases)**
  - 2.1. Notación de vectores, base canónica en  $R^n$ , norma euclidiana, desigualdad del triángulo, producto punto, ortogonalidad, desigualdad de Cauchy-Schwarz.
  - 2.2. Vector tangente a una curva paramétrica.
  - 2.3. Rectas en el espacio y segmentos de recta.
  - 2.4. Coordenadas polares.
  - 2.5. Planos e hiperplanos.
  - 2.6. Introducción a los conjuntos abiertos, cerrados, acotados y compactos
3. **Funciones reales de varias variables (6 clases)**
  - 3.1. Dominio e imagen.
  - 3.2. Curvas de nivel, conjuntos de nivel. Representación geométrica.
  - 3.3. Límites y continuidad.
4. **Diferenciación (10 clases)**
  - 4.1. Derivadas parciales. Interpretación geométrica.
  - 4.2. Plano tangente.
  - 4.3. Propiedades de la derivada. Regla de la cadena.
  - 4.4. Gradientes. Derivadas direccionales.
  - 4.5. Derivadas de orden superior.
5. **Optimización (8 clases)**
  - 5.1. Polinomio de Taylor en varias variables, aproximaciones lineales y cuadráticas.
  - 5.2. Puntos críticos. Máximos y mínimos locales. Puntos silla.
  - 5.3. Criterio de la matriz Hessiana.
  - 5.4. Máximos y mínimos globales.
  - 5.5. Optimización con restricciones de igualdad: multiplicadores de Lagrange.
  - 5.6. Optimización con restricciones de desigualdad.
6. **Teoremas de la función implícita (1.5 clases)**

- 6.1. Teorema de la función implícita: caso de una ecuación con 2 y 3 variables.
- 6.2. Diferenciación implícita.

**7. Integración (9.5 clases)**

- 7.1. Integrales dobles sobre un rectángulo. Propiedades
- 7.2. Teorema de Fubini
- 7.3. Integrales dobles sobre regiones generales
- 7.4. Cambio en el orden de integración
- 7.5. Aplicaciones: valor promedio, cálculo de áreas y volúmenes
- 7.6. Geometría de las funciones de  $R^n$  en  $R^n$ ,  $n=2,3$
- 7.7. Cambio de variables. Matriz jacobiana y jacobiano.

**Bibliografía:**

Para el tema 1:

- 1.- G. B. Thomas, *Thomas cálculo una variable*, Pearson, 13.<sup>a</sup> edición, 2015.
- 2.- <https://www.whitman.edu/mathematics/multivariable/multivariable.pdf>

Para los temas del 2 al 7:

- 3.- J. E. Marsden, A. J. Tromba, *Cálculo vectorial*, Pearson, Ediciones cuarta, quinta, o sexta.

Para ejercicios adicionales:

- 4.- T. M. Apostol, *Calculus*, Vol. II, Reverté, 2.<sup>a</sup> edición.

**Tareas:**

Cada semana se publicará en la página del departamento una lista de ejercicios.

**Evaluación:**

- **Exámenes departamentales:** Tres parciales con valor de 20% cada uno y un examen final con valor de 30%. El examen final deberá presentarse durante el período de exámenes finales, en el horario que asigne la administración; por ningún motivo se podrá alterar el calendario.
- **El 10% de la calificación** se evaluará mediante exámenes o controles a cargo del profesor.

**Nota:**

Para la preparación de los exámenes departamentales, será de utilidad para las y los estudiantes hacer los ejercicios de las tareas, resolver los ejercicios de práctica de cada examen, y asistir al CAME o a Facultad Menor para resolver dudas.

**Fechas:**

| Examen | Fecha y horario                         |
|--------|-----------------------------------------|
| 1      | Martes 8 de septiembre de 14:30 a 16:00 |
| 2      | Viernes 9 de octubre de 14:00 a 16:00   |
| 3      | Lunes 9 de noviembre de 14:00 a 16:00   |