

Temario de
ANÁLISIS NUMÉRICO I
(MAT 24406)
y
MATEMÁTICA COMPUTACIONAL
(MAT 14390)

Preámbulo: Números irracionales como π , $\sqrt{2}$ y e tienen expansiones decimales de **longitud infinita**. En la computadora, números racionales e irracionales y resultados no enteros **se redondean** a una cantidad finita de cifras, típicamente **solo de 15 a 16 cifras**.

Objetivos de curso: El estudiantado comprenderá la forma en que se almacenan números en una computadora y errores de redondeo. Identificará cómo afecta el error de redondeo al diseño de algoritmos que aproximan soluciones a problemas matemáticos en la computadora. Entenderá las limitaciones de las aproximaciones implementadas en algoritmos por parte del programador. Aprenderá y programará soluciones numéricas a resolución de sistemas de ecuaciones lineales, cálculo de derivadas e integrales, aproximación de funciones y búsqueda de raíces.

1. Conjuntos de punto flotante y pérdidas de precisión en la computadora.
 - Ejemplos de pérdida de precisión debido al uso de punto flotante.
 - Aritmética de redondeo a p cifras decimales. Error relativo de aproximación, errores de redondeo.
 - Aritmética de punto flotante y representación en 64 bits en el formato ANSI/IEEE 754--1985.
2. Solución de sistemas lineales con la computadora y dificultades intrínsecas.
 - Eliminación gaussiana con pivoteo parcial; [ejemplo con redondeo mal comportado](#).
 - Factorización LU y cálculo de determinantes.
 - Factorización de Cholesky.
 - Normas matriciales. Número de condición.
 - Algoritmo iterativo de Gauss-Seidel
3. Reconstrucción de funciones a partir de datos conocidos.
 - Interpolación polinomial, matriz de Vandermonde, polinomios de Newton, [fenómeno de Runge](#).
 - [Interpolación en nodos de Chebyshev](#).
 - Evaluación de funciones lineales por tramos.
 - Interpolación con curvas paramétricas y Splines cúbicos con las condiciones *not-a-knot*, naturales, *clamped* (primera derivada fija), periódicas, [ejemplo calles periódicas para la formula uno](#).

4. Diferenciación en la computadora.
 - Teorema de Taylor y sus implicaciones para aproximar derivadas.
 - Primera derivada: Diferencias finitas hacia adelante y atrás (2-3 puntos), diferencia centrada de orden 2 con pasos óptimos y una diferencia finita de orden superior.
 - Segunda derivada: La diferencia centrada de orden 2 con paso óptimo.

5. Integración en la computadora.
 - Reglas y sus versiones compuestas: trapecio, punto medio y Simpson. Comportamientos de errores.
 - Integración gaussiana. Teoría para 2-3 nodos. Práctica con más nodos.
 - [El comportamiento de error de una regla compuesta para una función no-suave.](#)
 - Integración en dos dimensiones.

6. Aproximación de raíces de una ecuación no lineal con una incógnita.
 - Método de bisección.
 - Método de Newton y convergencia cuadrática.
 - Ejemplos con integrales, la función erf y su inversa.
 - Newton en $n \geq 2$ dimensiones.

7. Ajuste de funciones a datos.
 - Ajuste de curvas y superficies a un conjunto de datos.
 - Factorización QR con reflexiones de Householder.
 - Definir el problema lineal de mínimos cuadrados y resolverlo via factorización QR.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] U.M. Ascher, C. Grief, *A First Course in Numerical Methods*. Computational Science and Engineering Series, SIAM Press, 2011
- [2] R.L. Burden & J.D. Faires, *Análisis Numérico*, Cengage, 2016
- [3] I. Gladwell, J.G. Nagy & W.E. Ferguson, *Introduction to Scientific Computing using Matlab*, 2008.
- [4] T. Sauer, *Numerical Analysis*, Pearson, Second Edition, 2011.
- [5] Foundations of Applied Mathematics, Python Lab-Manuals:
<https://foundations-of-applied-mathematics.github.io/>
<https://github.com/Foundations-of-Applied-Mathematics/Labs/wiki/Lab-Descriptions>