

Espacios y núcleo de Bergman para ecuaciones de Vekua bicomplejas

Víctor Alfonso Vicente Benítez

Instituto de Matemáticas de la U.N.A.M. Campus Juriquilla

En esta plática, analizaremos algunos resultados obtenidos en [?], relacionados con la ecuación de Vekua bicompleja

$$\bar{\partial}W(z) = a(z)W(z) + b(z)\bar{W}(z), \quad z \in \Omega, \quad (1)$$

donde $\Omega \subset \mathbb{C}$ es un dominio acotado simplemente conexo, $a, b, W : \Omega \rightarrow \mathbb{B}$ son funciones de valor bicomplejo, $\bar{\partial}$ es el operador de Cauchy-Riemann bicomplejo, y \bar{W} denota la conjugación bicompleja. Se presenta el espacio de Vekua-Bergman $\mathcal{V}_{(a,b)}^p(\Omega; \mathbb{B})$, $1 < p < \infty$, que consiste de las soluciones débiles W de la ecuación (??). Se mostrarán las principales propiedades, como completez, separabilidad, reflexividad, además de la regularidad de las soluciones y el hecho de que, para cada $z \in \Omega$, el funcional evaluación $W \mapsto W(z)$ es acotado en la norma L_p .

Como consecuencia, para $p = 2$ obtenemos la existencia de un núcleo reproductor, la caracterización de la proyección ortogonal, y la representación del núcleo en términos de bases ortonormales.

Finalmente, discutiremos algunas propiedades del espacio asociado a la ecuación de Vekua principal, es decir, cuando $a \equiv 0$, $b = \frac{\bar{\partial}f}{f}$, donde $f \in W^{1,\infty}(\Omega)$ es una función escalar compleja que no se anula en todo el dominio Ω , incluyendo la construcción de funciones meta-armónicas y la propiedad de Runge.

Referencias

- [1] V. A. VICENTE-BENÍTEZ, *Bergman spaces for the bicomplex Vekua equation with bounded coefficients*, J. Math. Anal. Appl. 543 (2025) 129025.