Cálculo Diferencial e Integral 1

Laboratorio 5 - Límites formales

Otoño 2017 - ITAM

1. Prueba rigurosamente (ϵ y δ) que:

   a) $\lim\limits_{x\to x_0} mx+b = mx_0+b$

   b) $\lim\limits_{x\to 1} 2x^2-x+5 = 6$

   c) $\lim\limits_{x\to 3} |2x-5| = 1$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{1+x^2} = 1$

   e) $\lim\limits_{x\to 4} \sqrt{1+2x} = 3$

   f) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = -1$ si:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & x\in(-\infty,2) \\ x^2-4x+3 & x\in(2,\infty) \end{cases}$$

2. Prueba formalmente:

   a) $\lim\limits_{x\to 1^-} -\dfrac{x^2-4x+3}{|x-1|} = -2$

   b) $\lim\limits_{x\to 2^+} \sqrt{x^2-3} = 1$

3. Usa la definición adecuada para probar formalmente que:

   a) $\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{2}{x^3+8} = -\infty$

   b) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^2-1}{1+x^2} = 1$

   c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1}{x}\sqrt{1+x^2} = -1$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} (\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}) = -\infty$

4. Supón que $\lim_{x \to x_0} f(x) = l$ y que $|f(x)| \leq 2 \ \forall x \in (x_0 - 1, x_0 + 1)$ Prueba formalmente que $\lim_{x \to x_0} f^3(x) = l^3$

5. Supón que $\lim_{x \to 0} f(x) = l$ y que $l \neq 0$. Prueba:

   a) $\exists \delta_1 > 0$ tal que $\frac{|l|}{2} < |f(x)|$ si $|x| < \delta_1$ $(x \in Dom(f))$

   (Sugerencia: Como $\lim_{x \to 0} f(x) = l$, $\exists \delta_1$ tal que $|x| < \delta_1 \Rightarrow |l - f(x)| < \frac{|l|}{2}$)

   b) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{l}$ (formalmente)