

# Cálculo Diferencial e Integral I

## Laboratorio 4 - Límites (Parte #2)

Otoño 2017 - ITAM

1. Define  $f : [-4, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax} & \text{si } x \in [-4, -2) \\ bx + 2 & \text{si } x \in [-2, -1) \\ \sqrt{1 - cx^2} & \text{si } x \in [-1, 1) \\ 0 & \text{si } x \in [1, 5] \end{cases}$$

Determina el valor de  $a, b, c$  de modo que  $f$  tenga límite en  $-2, -1$  y  $1$ . Traza la gráfica final.

2. Aplica el Teorema del "sándwich" para obtener  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  si:

a)  $1 - (x - 1)^2 \leq 2f^3(x) - 1 \leq 1 + (x - 1)^4$  y  $x_0 = 1$ .

b)  $f(x) = \frac{x-x_0}{\varphi(x)}$  y  $|\varphi(x)| \geq \frac{1}{3} \quad \forall x \neq x_0$ .

3. Supón que  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$  y que  $|f(x)| \leq 1 \quad \forall x > P$  para alguna  $P \in \mathbb{R}$ , determina  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ .

4. Usa las reglas de los límites para probar que  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  existe si:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2xf^3(x) + x^2}{(x-1)^2 + 1} = 20$$

¿Cuál es el valor de dicho límite?

5. ¿Cierto o falso? Si  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$  y  $\lim_{y \rightarrow f(x_0)} g(y) = L$ , entonces :

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} (g \circ f)(x) = g(l)$

b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} (g \circ f)(x) = L$

6. Obtén:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0}$$

donde  $a_n$  y  $b_m$  son números reales distintos de cero (nota: La respuesta depende de  $n$  y  $m$  así como de  $a_n$  y  $b_n$ ).