

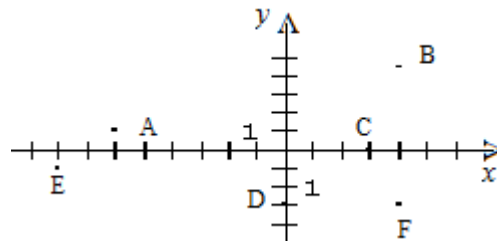
# INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

## Tema 3

### EL PLANO Y LAS GRÁFICAS

#### EL PLANO CARTESIANO. COORDENADAS Y DISTANCIA ENTRE PUNTOS.

- C1.- ¿Qué es y cómo se representa un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares o plano cartesiano?
- C2.- ¿Cómo se representa un punto en el plano cartesiano?
- C3.- En un sistema de coordenadas cartesianas  $xy$  ¿quién corresponde a la abscisa y quién a la ordenada de un punto?
- C4.- Localizar en un plano de coordenadas rectangulares los siguientes puntos:  
a) (3,4)                                      b) (-3,-4)                                      c) (0,8)  
d) (-1,7)                                      e) (5,0)                                      f) (3,-2)
- C5.- Determinar las coordenadas de los puntos A, B, C, D, E y F.



- C6.- ¿Cómo se calcula la distancia entre dos números reales  $a$  y  $b$ ? ¿Cómo se denota con valor absoluto?
- C7.- Expresar con valor absoluto la distancia entre los números reales que aparecen en cada inciso.  
a) 5 y 2                                      b)  $-3$  y  $4$                                       c)  $0$  y  $7$                                       d)  $\pi$  y  $4$                                       e)  $x_1$  y  $x_2$
- C8.- ¿Cómo se calcula la distancia entre dos puntos  $P(x_1, y_1)$  y  $Q(x_2, y_2)$ ? Justificar su respuesta con una demostración.
- C9.- Calcular la distancia entre los puntos que aparecen en cada inciso.  
a)  $P(3,4), Q(-3,-4)$                                       b)  $P(0,8), Q(-1,7)$                                       c)  $P(5,0), Q(3,-2)$

C10.- Determinar si los puntos que se proporcionan son los vértices de un triángulo rectángulo.

a)  $A(-3,2)$ ,  $B(1,-2)$ ,  $C(8,5)$

b)  $A(-4,-1)$ ,  $B(0,7)$ ,  $C(6,-6)$

C11.- Determinar si los puntos que se proporcionan son los vértices de un triángulo isósceles.

a)  $A(-3,2)$ ,  $B(-3,-2)$ ,  $C(1,-2)$

b)  $A(-4,-1)$ ,  $B(0,7)$ ,  $C(6,-6)$

C12.- Calcular los valores de  $x$  tales que  $P(x,-2)$  se encuentren a 12 unidades de  $Q(3,5)$ .

C13.- ¿Cómo se determina el punto medio del segmento definido por los puntos  $P(x_1, y_1)$  y  $Q(x_2, y_2)$ ?

C14.- En cada inciso calcular el punto medio del segmento definido por los puntos  $P$  y  $Q$ .

a)  $P(5,0)$ ,  $Q(3,-2)$       b)  $P(0,8.21)$ ,  $Q(-1.15,7.33)$       c)  $P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{3}\right)$ ,  $Q\left(-3, -\frac{4}{5}\right)$

C15.- Determinar las coordenadas del punto  $B$ , si  $A(-3,2)$  y el punto medio del segmento  $AB$ , es  $M(8,5)$ .

TAREA: Hacer algunos de los ejercicios impares del Swokowski 13 ed. Sec. 3.1, 1-6, 9-17, 21-24, 27-31.

## CIRCUNFERENCIAS

C16.- ¿Cuál es la definición de lugar geométrico?

C17.- Proporcionar los puntos del plano  $xy$  que se encuentran a 1 unidad del punto  $Q(3,5)$ .

Definición: La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a una distancia dada (radio) de un punto dado (centro).

La forma estándar de la ecuación de una circunferencia con centro en  $(h, k)$  y radio  $r$  es

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2.$$

C18.- Proporcionar la ecuación de las circunferencias con las características que se solicitan:

a)  $C(0,0)$  radio 2

b)  $C(-1,3)$  radio 3

c)  $C(-5,-3)$  radio  $2\sqrt{3}$ .

C19.- Dibujar

a)  $x^2 + y^2 = 64$

b)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 64$

- C20.- Determinar si los puntos que se proporcionan en cada inciso están dentro, fuera o sobre la circunferencia  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ .
- a)  $(-1,7)$                       b)  $(1,2)$                       c)  $(-2,-7)$                       d)  $(0,0)$

- C21.-** Proporcionar el centro y el radio de las circunferencias en cada inciso y dibujarlas.
- a)  $x^2 + y^2 - 4x + 10y - 15 = 0$                       b)  $3x^2 + 3y^2 - 18x - 7y = 55$   
c)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$                       d)  $16x^2 + 16y^2 + 8x + 1 = 0$

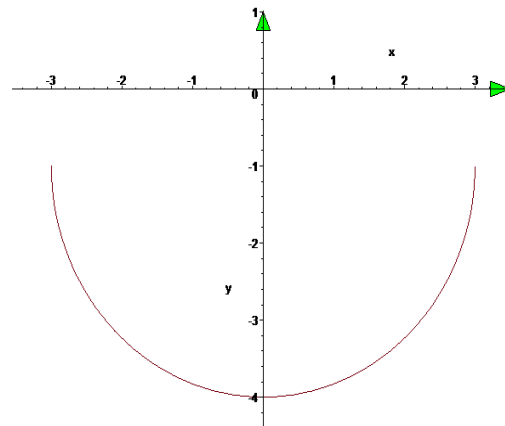
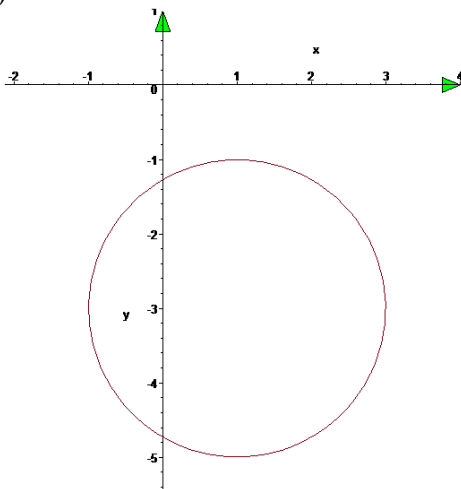
- C22.- Proporcionar la ecuación de la circunferencia que se solicita en cada inciso:
- a) el segmento definido por  $P(3,4)$  y  $Q(-3,-4)$  es un diámetro.  
b) el centro es  $C(0,8)$  y  $Q(-1,7)$  está sobre la circunferencia.  
c) el centro es  $C(3,-2)$  y es tangente al eje  $y$ .

- C23.- Determinar si los puntos que se proporcionan en cada inciso corresponden a los extremos de un diámetro de la circunferencia  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$ .
- a)  $(4,3), (-2,-5)$                       b)  $(1,5), (6,-1)$                       c)  $(1,-6), (1,4)$

- C24.- Encontrar las ecuaciones para la mitad superior, la mitad inferior, la mitad derecha y la mitad izquierda de las circunferencias que aparecen en cada inciso.
- a)  $x^2 + y^2 = 25$                       b)  $x^2 + (y+1)^2 = 16$                       c)  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 49$

- C25.- Dibujar
- a)  $y = \sqrt{4-x^2}$                       b)  $y = -\sqrt{16-(x-1)^2}$   
c)  $y = -\sqrt{9-(x-1)^2} + 5$                       d)  $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5} + 2$

- C26.- Determinar la ecuación que corresponden a la curva dibujada en cada inciso:
- a)                      b)



TAREA: Hacer los ejercicios del Swokowski 13 ed. Sec. 3.1, 25,26; Sec. 3.2, 25-71.

## CONJUNTOS DE PUNTOS: CURVAS Y REGIONES

C27.- Describir y dibujar en el plano cartesiano el conjunto de puntos  $P(x, y)$  tales que:

a)  $W = \{(x, y) | x > 1, y > 2\}$

b)  $W = \{(x, y) | 0 \leq x < 1, -3 < y \leq 2\}$

c)  $W = \{(x, y) | x = 4\}$

d)  $W = \{(x, y) | x = 4, y \leq 2\}$

e)  $W = \{(x, y) | x \geq 0\}$

f)  $W = \{(x, y) | xy = 0\}$

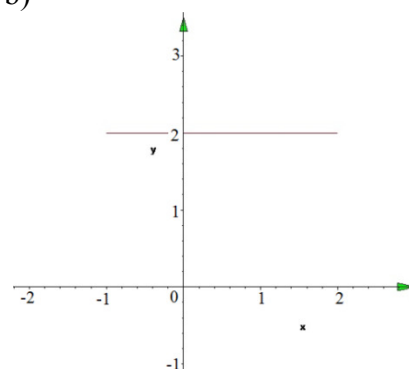
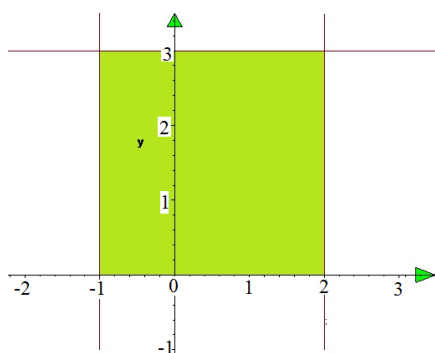
g)  $W = \{(x, y) | xy < 0\}$

h)  $W = \{(x, y) | x < 4, |y| > 2\}$

i)  $W = \{(x, y) | |x| = 2, y = 3\}$

j)  $W = \{(x, y) | -3 < x < 5, 1 \leq |y| \leq 2\}$

C28.- Proporcionar la representación de los lugares geométricos que se describen en cada inciso. a) b)



C29.- ¿Son equivalentes las siguientes representaciones?

a)  $L = \{(x, y) | y = -1\}$

b)  $L = \{(x, -1), x \in R\}$

C30.- Dibujar la región que se indica en cada inciso.

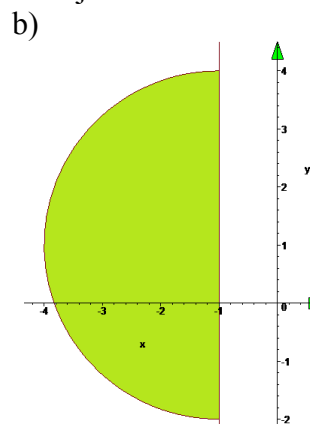
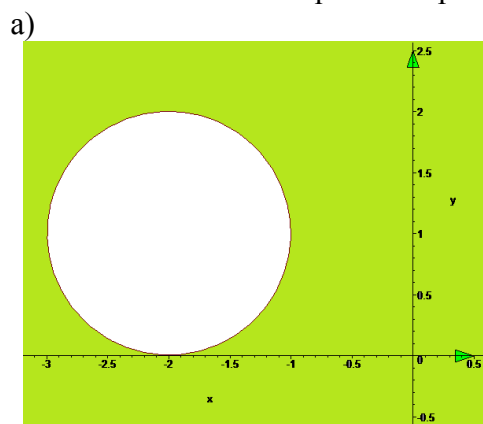
a)  $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 25\}$

b)  $\{(x, y) | x^2 + (y+1)^2 \geq 16\}$

c)  $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 < 9\}$

d)  $\{(x, y) | x^2 + y^2 < 16 \text{ o } x^2 + y^2 \geq 25\}$

C31.- Determinar la ecuación que corresponden a la región dibujada en cada inciso:



TAREA: Hacer algunos de los ejercicios impares del Swokowski 13 ed. Sec. 3.1, 7, 8, 25, 26; Sec. 3.2 25-71.

RECTAS. PENDIENTE E INTERSECCIONES. ECUACIÓN GENERAL.  
 CARACTERIZACIÓN DE RECTAS: PUNTO-PENDIENTE, DOS PUNTOS.  
 REGIONES DEFINIDAS POR DESIGUALDADES

C32.- ¿Cuál es la definición de la pendiente de una recta no vertical que pasa por los puntos  $P(x_1, y_1)$  y  $Q(x_2, y_2)$ ?

C33.- ¿Qué denota la letra griega delta  $\Delta$ ? Expresar la pendiente utilizando esa letra.

C34.- ¿El valor de la pendiente depende de los puntos de la recta que se seleccionen? Justificar la respuesta.

C35.- Trazar las rectas que pasan por lo puntos que se indican en cada inciso. ¿Es suficiente considerar 2 puntos? ¿Por qué? Calcular la pendiente de cada una de las rectas.

- |                      |                          |   |
|----------------------|--------------------------|---|
| a) $P(5,0), Q(3,-2)$ | b) $P(0,6.5), Q(-1.5,7)$ | c) $P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{3}\right), Q\left(-1, -\frac{4}{5}\right)$ |
| d) $P(5,0), Q(7,0)$  | e) $P(0,6.5), Q(0,8)$    | f) $P(3,0), Q(0,-4)$  |

C36.- Si la recta es vertical ¿Qué características tienen sus puntos  $P(x, y)$ ? ¿Está definida su pendiente?

C37.- Escribir la forma punto-pendiente de la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(x_1, y_1)$  y su pendiente es  $m$ .

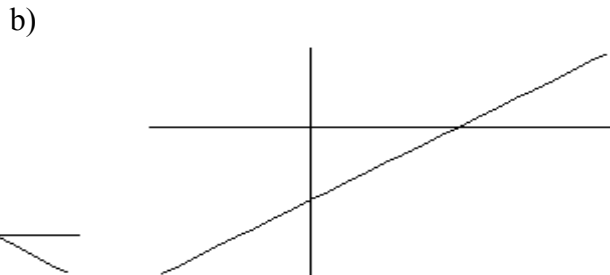
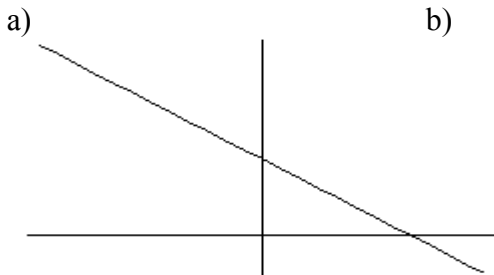
C38.- Graficar las rectas que pasan por el origen y que tienen pendiente:

- |              |                       |
|--------------|-----------------------|
| a) $m = 2.2$ | b) $m = -\frac{1}{6}$ |
|--------------|-----------------------|

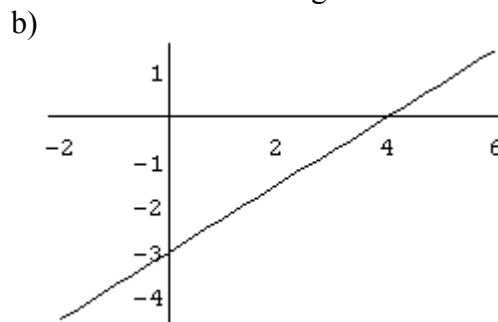
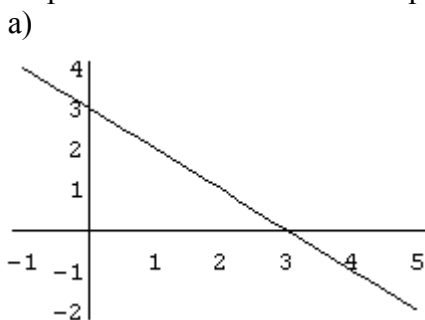
C39.- Escribir la ecuación de la recta y dibujar la recta que pasa por el punto  $P(3,-2)$  y tiene pendiente:

- |                   |               |                  |
|-------------------|---------------|------------------|
| a) 3              | b) -2         | c) $\frac{3}{4}$ |
| d) $\frac{-1}{2}$ | e) indefinida | f) 0.            |

C40.- Indicar para cada recta de las siguientes figuras si  $m > 0$  o  $m < 0$ .



C41.- Proporcionar la ecuación correspondiente a cada una de las siguientes rectas:



C42.- En cada inciso encontrar la ecuación de la recta vertical que pasa por el punto  $P$ :

a)  $P(3,-5)$

b)  $P(-2,7)$

C43.- En cada inciso encontrar la ecuación de la recta horizontal que pasa por el punto  $P$ :

a)  $P(-2,7)$

b)  $P(-1,-3)$

C44.- Indicar en cada una de las rectas que aparece a continuación la pendiente y dos puntos por los que pase.

a)  $y - 2 = 5(x + 1)$

b)  $y = -2(x - 3)$

c)  $y = -5x + 2$

d)  $3x + 5y = 30$

e)  $y = 4$

f)  $x = 2$

g)  $x + y = 0$

C45.- Mediante el uso del concepto de pendiente verificar si los puntos A, B, C son colineales en cada caso:

a)  $A\left(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}\right)$ ,  $B(1,-2)$ ,  $C\left(\frac{17}{5}, \frac{5}{2}\right)$

b)  $A(-1,1)$ ,  $B\left(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ,  $C(8,-1)$

C46.- En los siguientes incisos calcular  $f(x)$  si la gráfica de  $f$  es una recta que cumple con:

a) pendiente 5 y  $f(3) = 1$

b) pendiente 0.01 y  $f(0.1) = 0.01$

C47.- Determinar  $f(x)$  si es una función lineal que satisface las condiciones:  $f(-1) = 3$  y la imagen de 1 es  $-2$ .

C48.- Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados. Expresar el resultado en la forma  $Ax + By + C = 0$  con  $A > 0$ .

a)  $P(5,0)$ ,  $Q(3,-2)$

b)  $P(0,6.5)$ ,  $Q(-1.5,7)$

c)  $P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{3}\right)$ ,  $Q\left(-1, -\frac{4}{5}\right)$

d)  $P(5,0)$ ,  $Q(7,0)$

e)  $P(0,6.5)$ ,  $Q(0,8)$

f)  $P(3,0)$ ,  $Q(0,-4)$

C49.- Definir “abscisa al origen” y “ordenada al origen”.

C50.- Encontrar la abscisa y la ordenada al origen, si existen, de las rectas que aparecen a continuación. Dibujar las rectas.

a) $y - 2 = 5(x + 1)$	b) $y = -2(x - 3)$	c) $y = -5x + 2$
d) $y = 4$	e) $x = \sqrt{2}$	f) $y = 0$
g) $\frac{x}{2} + y = 1$	g) $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$	i) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4$

C51.- Encontrar un valor de  $k$  para que la recta  $x + ky - 2 = 0$  tenga ordenada en el origen 4.

C52.- Encontrar el valor del número  $k$  para que el punto  $P(3, -4)$  esté sobre la recta:  
 $kx + 3y - 6 = 0$

C53.- Encontrar las intersecciones con los ejes y graficar:

a) $y = 4x$	b) $y = -\frac{1}{10}x$	c) $y = -x + 3$	d) $y = 2x - 5$
-------------	-------------------------	-----------------	-----------------

C54.- Expresar la ecuación de los puntos  $P(x, y)$  que se encuentran a la misma distancia de los puntos  $Q(3, -2)$  y  $R(5, -4)$ , esto es, la mediatriz del segmento definido por los puntos  $Q$  y  $R$ . Dibujar el segmento y su mediatriz.

C55.- Escribir la forma pendiente-ordenada al origen de la ecuación de la recta pendiente es  $m$  y cuya intersección con el eje  $y$  es  $b$ .

C56.- Proporcionar, de ser posible, la ecuación pendiente-ordenada al origen para las rectas que aparecen a continuación.

a) $y - 2 = 5(x + 1)$	b) $y = -2(x - 3)$	c) $3x + 5y = 30$	
d) $x = \sqrt{2}$	e) $y = 4$	f) $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$	g) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0$

C57.- Proporcionar la pendiente, la ordenada al origen y la abscisa al origen de  $Ax + By + C = 0$ .

C58.- Determinar si las rectas que aparecen abajo pasan por el origen.

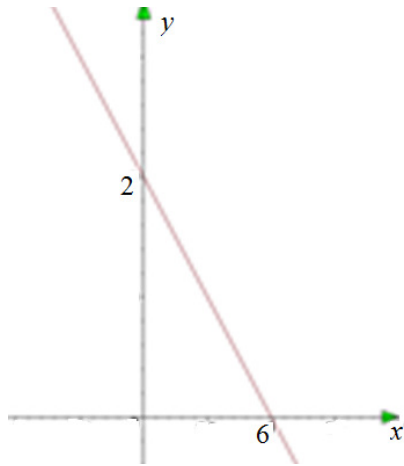
a) $y + 5 = 5(x + 1)$	b) $y - 2(x - 3) = 0$	c) $y = -5x$
-----------------------	-----------------------	--------------

C59.- Determinar si las siguientes ecuaciones corresponden a la ecuación de una recta, en caso de ser así expresarla, de ser posible, con la ecuación general correspondiente.

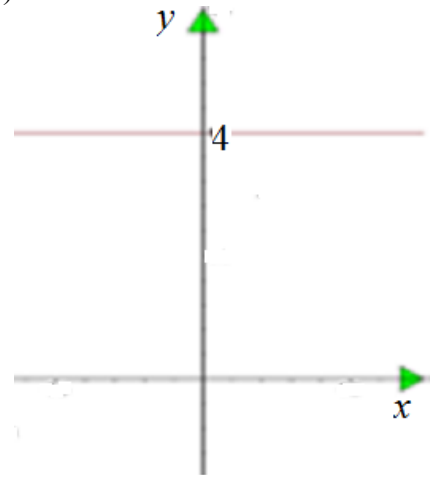
a) $y - 2 = 5(x + 1)$	b) $y = -2(x - 3)$	c) $y = -5x + 2$
d) $x^2 + y = 7$	e) $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$	f) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4$
g) $y = 4$	h) $x = \sqrt{2}$	i) $y = \sqrt{x}$
j) $\frac{x}{y} + y = 1$	k) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 3$	l) $y =  x - 1 $

C60.- En cada inciso proporcionar diferentes formas de la ecuación de la recta correspondiente a la gráfica.

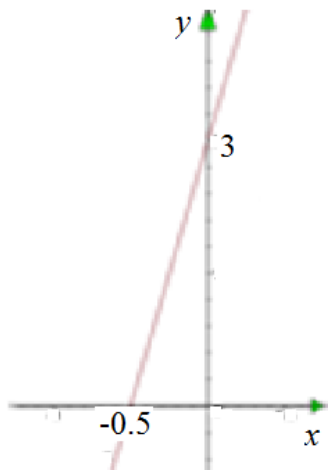
a)



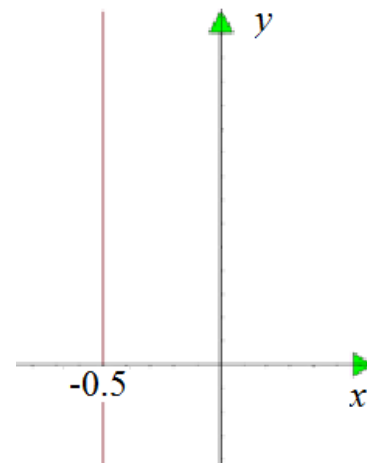
b)



c)



d)



C61.- ¿Son equivalentes las siguientes representaciones en el plano  $xy$ ?

- a)  $y = 2x - 1$       b)  $L = \{(x, y) \mid y = 2x - 1\}$       c)  $L = \{(x, 2x - 1), x \in R\}$

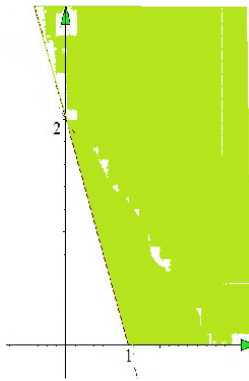
C62.- Dibujar los siguientes conjuntos.

- a)  $y = 2x - 1$       b)  $\{(x, y) \mid y < 2x - 1\}$       c)  $\{(x, y), y \geq 2x - 1\}$   
 d)  $\{(x, y) \mid y < 2x - 1 \text{ y } y > 0\}$       e)  $\{(x, y), y \geq 2x - 1 \text{ o } y \leq 2x - 4\}$

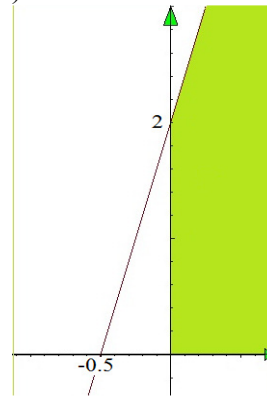


C63.- Proporcionar la expresión analítica en cada inciso.

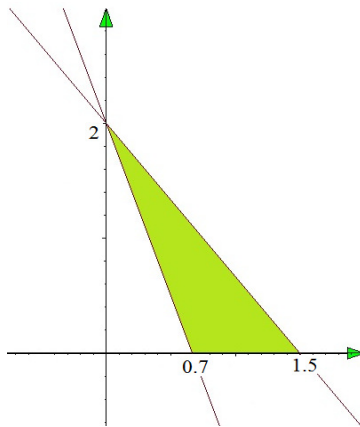
a)



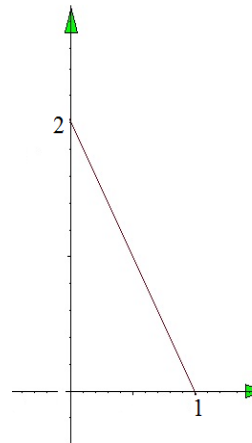
b)



c)



d)



C64.- ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- Una ecuación lineal en la que la pendiente positiva tiene una gráfica que “crece” de izquierda a derecha.
- Toda recta en un sistema de coordenadas rectangulares tiene una ecuación de la forma pendiente-ordenada al origen.
- La gráfica de la recta  $3x + 2y - 12 = 0$  pasa por el punto  $(3,0)$  y tiene pendiente  $-3/2$ .
- La gráfica de la recta  $x = -6$  en un sistema de coordenadas rectangulares es únicamente el  $(-6,0)$
- Una línea horizontal tiene pendiente cero.

C65.- En cada inciso proporcionar dos puntos que se encuentren en la recta o la región, y dos que no se encuentren allí.

- $3x + 2y - 2 = 0$
- $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$
- $\{(x, y) \mid y < 2x - 1\}$
- $\{(x, y), y \geq 2x - 1 \text{ o } y \leq 2x - 4\}$
- $\{(x, y) \mid 1 \leq y < 2\}$

C66.- Probar que  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ , con  $ab \neq 0$  es la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(a,0)$  y  $(0,b)$ . ¿Por qué se conoce a esta ecuación como la ecuación abscisa-ordenada al origen?

TAREA: Hacer algunos de los ejercicios impares del Swokowski 13 ed. Sec. 3.3, 1-6, 13-19, 23-28, 33-48.

### DISTANCIA DE PUNTO A RECTA

La distancia de un punto  $P(x_1, y_1)$  a la recta  $Ax + By + C = 0$  es

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

C67.- En cada inciso proporcionar la distancia entre el punto y la recta que se proponen.

- a)  $P(-1,4)$   $3x + 4y - 12 = 0$                       b)  $P(-5,7)$   $-3x + 2y - 12 = 0$   
 c)  $P(0,0)$   $x - 4y - 12 = 0$       d)  $P(-5,7)$   $x = 2$       e)  $P(3,4)$   $y = -1$

C68.- Proporcionar la ecuación de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas  $x - y + 4 = 0$  y  $x - 7y + 4 = 0$ .

C69.- Encontrar la ecuación de la circunferencia que satisface las condiciones dadas.

- a) Centro en  $(5, 4)$  tangente a la recta  $x + y = 3$ .  
 b) Radio 5 en el IV cuadrante y tangente a los ejes.

TAREA: Hacer los ejercicios del Swokowski 13 ed. Sec. 3.3, 49, 50.

### RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES.

C70.- Completar la frase: Las rectas  $y = m_1x + b_1$  y  $y = m_2x + b_2$  con  $m_1m_2 \neq 0$  (no verticales) son paralelas si \_\_\_\_\_.

C71.- Determinar si son paralelas las parejas de rectas de cada inciso:

- a)  $3x + 2y - 2 = 0$  y  $6x + 4y - 1 = 0$                       b)  $3x + 2y - 2 = 0$  y  $4x + 6y - 1 = 0$

C72.- Proporcionar la ecuación de una recta que pase por el punto  $(3,2)$  y sea paralela

- a)  $3x + 5y - 7 = 0$                       b) al eje  $x$                       c) a  $x = -1$

C73.- Completar la frase: Las rectas  $y = m_1x + b_1$  y  $y = m_2x + b_2$  con  $m_1m_2 \neq 0$  (no verticales) son perpendiculares si \_\_\_\_\_.

C74.- Determinar si son perpendiculares las parejas de rectas de cada inciso:

a)  $3x + 2y - 2 = 0$  y  $x + 4y - 1 = 0$                       b)  $3x + 2y - 2 = 0$  y  $4x - 6y - 1 = 0$

C75.- Proporcionar la ecuación de una recta que pase por el punto (3,2) y sea perpendicular

a)  $3x + 5y - 7 = 0$                       b) al eje  $x$                       c) a  $x = -1$

C76.- Encontrar la ecuación de la recta con la información dada. Expresar la respuesta en la forma  $y = mx + b$  o  $x = k$ .

a) Pasa por el punto  $(-2,2)$  y es paralela a la recta  $y = \frac{1}{2}x + 5$ .

b) Pasa por  $A\left(-\frac{3}{4}, 2\right)$  y es paralela a la recta que pasa por  $B\left(1, -\frac{2}{5}\right)$  y  $C\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$ .

c) Pasa por el punto  $(-3,2)$  y es perpendicular a la recta  $2x + 3y + 6 = 0$ .

d) Es la mediatriz del segmento limitado por  $(2,3)$  y  $(-2,-1)$ .

C77.- Proporcionar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto que se indica:

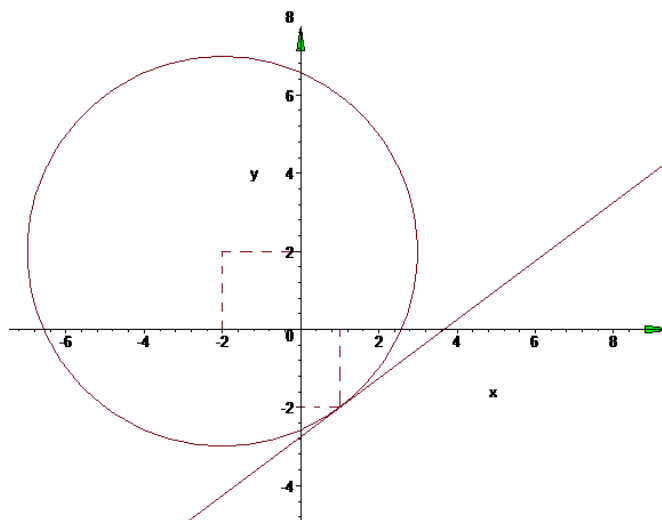
a)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$  en  $P(6,-4)$ .

b)  $4x^2 + 4y^2 - 24x - 8y + 15 = 0$  en  $P\left(1, \frac{5}{2}\right)$ .

c)  $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$  en  $P(0,0)$ .

d)  $2x^2 + 2y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$  en algún punto de la circunferencia.

C78.- Proporcionar la ecuación de la circunferencia que aparece en la gráfica siguiente.



TAREA: Hacer algunos de los ejercicios del Swokowski 13 ed. Sec.3.3:21-22,29-32,37-38.

## PARÁBOLAS.

$$y = (x - h)^2 + k \quad x = (y - k)^2 + h$$

- C79.- Para la función  $y = x^2 - 2$  calcular los valores de  $y$  para los valores de  $x$  que se indican en cada inciso y trazar la curva a partir de ellos en un plano coordenado diferente.
- a)  $-1, 1$       b)  $1, 2, 3, 4$       c)  $-1, -2, -3, -4$       d)  $-1, 0, 1$

C80.- ¿Es suficiente tabular para construir una gráfica?

C81.- a) ¿Cuál es la ecuación de una parábola que “abre” hacia arriba, cuál la de la que “abre” hacia abajo? ¿Dónde se encuentra el vértice?

b) ¿Cuál es la ecuación de una parábola que “abre” hacia la derecha, cuál la de la que “abre” hacia la izquierda? ¿Dónde se encuentra el vértice?

C82.- Determinar si los puntos  $(0,3)$  y  $(1,3)$  se encuentran en la parábola  $y = 2(x-1)^2 + 1$ . Justificar su respuesta.

C83.- Proporcionar el valor de  $a$  para que el punto  $P(4,-5)$  se encuentre en la gráfica de la parábola  $y = a(x-2)^2 + 1$ .

C84.- Proporcionar dos puntos que se encuentren en la gráfica de la ecuación  $y = 2(x-1)^2 + 1$ , y dos puntos que no se encuentre en ella.

C85.- En cada inciso proporcionar la ecuación de una parábola con vértice en  $(2,3)$ , que pase por el punto  $(1,4)$ ,

- a) y con eje paralelo al eje  $y$ .      b) y con eje paralelo al eje  $x$ .  
c) Dibujar las parábolas descritas en los incisos anteriores.

C86.- Trazar la gráfica de la ecuación  $y = -4x^2 + 1$ , utilizando:

- a) las **intersecciones con los ejes**,  
b) buscando el punto más alto y/o el más bajo,  
c) analizando del comportamiento final de la forma de la gráfica,

C87.- Trazar la gráfica de la ecuación  $x = -9y^2 + 1$ , utilizando:

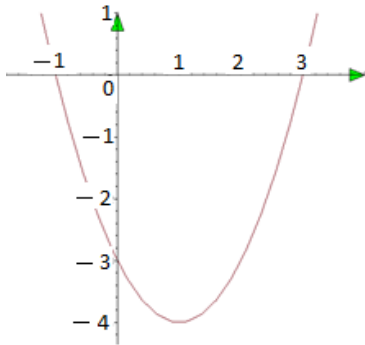
- a) las **intersecciones con los ejes**,  
b) buscando el punto más a la izquierda o a la derecha.

C88.- En cada inciso bosquejar una gráfica del lugar geométrico indicado.

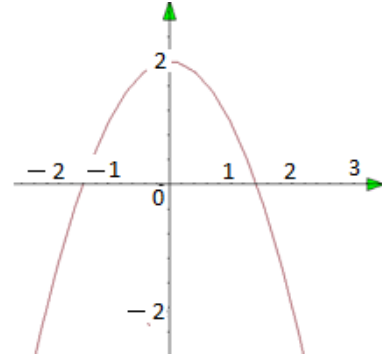
- a)  $y = 2x^2 - 1$       b)  $y = -2x^2 - 6x + 1$       c)  $y^2 - 2y = 3x - 5$   
d)  $y = -2x^2 - 6x + 1$       e)  $3x^2 - 6x - y - 2 = 0$       f)  $y^2 - 3x + 6y + 12 = 0$

C89.- En cada inciso proporcionar la ecuación de la parábola y su eje de simetría.

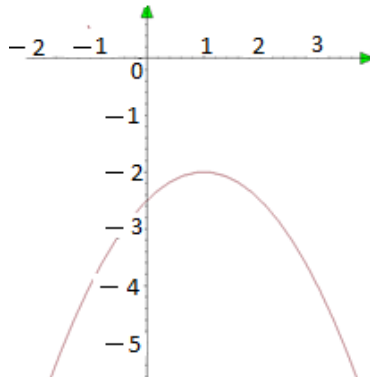
a)



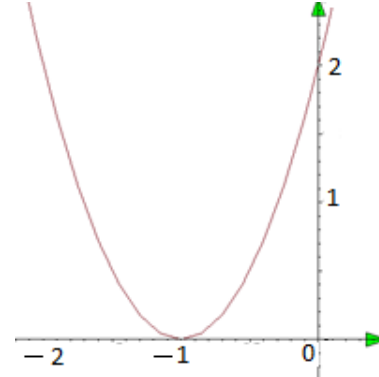
b)



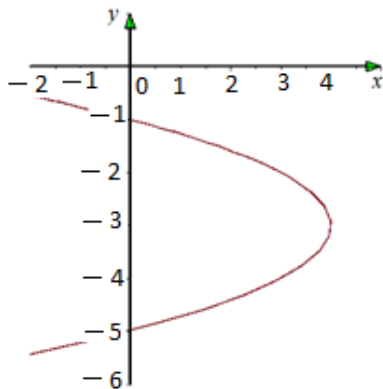
c)



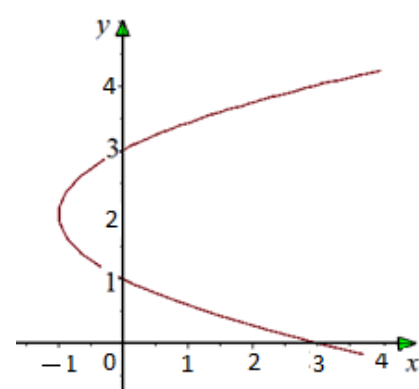
d)



e)



f)

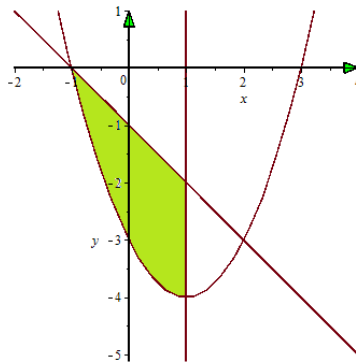


C90.- ¿Hay alguna relación entre la ecuación de dos variables  $y = a(x - h)^2 + k$  y la ecuación cuadrática en una variable  $ax^2 + bx + c = 0$ ?

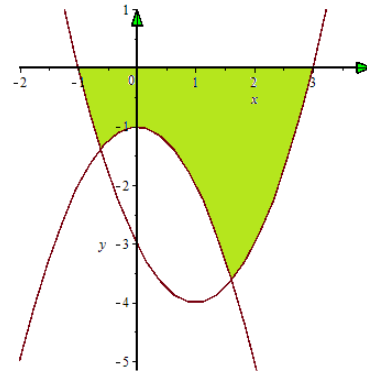
TAREA: Hacer algunos de los ejercicios del Swokowski 13 ed. sección 3.6, 23-34.

C91.- Proporcionar la expresión analítica que corresponde a la región en cada gráfica.

a)



b)



### INTERSECCIONES Y GRÁFICAS

C92.- En cada inciso proporcionar la o las intersecciones entre las rectas y curvas.

a)  $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 3x - 6y = 5 \\ -4x + 8y = -1 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} 6x - 3y = 15 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 2x = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$       e)  $\begin{cases} 3x - 6y = 0 \\ -4x + 8y = 0 \end{cases}$       f)  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$       g)  $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

C93.- Proporcionar las ecuaciones de tres rectas que se intersecten en el punto  $P(3,4)$ .

C94.- Encontrar la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a)  $\begin{cases} y^2 - x^2 = 28 \\ x - y = 14 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} x^2 = y^2 - 14 \\ x = -y + 7 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} y = -x^2 + 6 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$       e)  $\begin{cases} (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25 \\ 4x + y - 3 = 0 \end{cases}$       f)  $\begin{cases} y = 0 \\ y = -\sqrt{25 - x^2} \end{cases}$

g)  $\begin{cases} y = x^2 - 2x + 5 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$       h)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$       i)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

j)  $\begin{cases} y = 2x \\ y + x = -3 \\ x = \sqrt{3 - y} \end{cases}$       k)  $\begin{cases} x = -5 \\ x = -\sqrt{4 - y^2} \\ y = 0 \end{cases}$       l)  $\begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{9 - y^2} \\ y = 7 \end{cases}$       m)  $\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -\sqrt{1 - x^2} \\ x = -2 \end{cases}$

C95.- Dibujar la región que se solicita en cada inciso.

a)  $y > 2x^2 - 1$       b)  $y \leq -2x^2 - 6x + 1$       c)  $0 \leq y \leq \sqrt{x}$

d)  $3x^2 - 6x - y - 2 \leq 0$       e)  $y \geq |x + 1|$       f)  $\{(x, y) \mid |x - 1| < 3, y > 2x - 1\}$

g)  $\{(x, y) \mid x - 1 \leq y, y < -x^2 + 4\}$       h)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 < 0$