

INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

Tema 2

FUNDAMENTOS

PROPIEDADES ALGEBRAICAS DE LOS NÚMEROS REALES

R1.- ¿Qué conjuntos representan N, Z, Q, R ?

R2.- ¿Qué elementos se encuentran en los conjuntos $A = \{m \in Z \mid m = 2k - 1, k \in Z\}$ y $C = \{p \in Z \mid p = 2r + 1, r \in Z\}$ ¿Son iguales estos conjuntos?

R3.- ¿Qué característica tiene la expresión decimal de los irracionales?

R4.- Los elementos del conjunto $\{\sqrt{5}, -3, 0, \frac{1}{7}, \sqrt{9}, 0.\overline{41}, 2.24\}$ que son irracionales son

- a) $-3, 0, \frac{1}{7}, \sqrt{9}, 0.\overline{41}, 2.24$ b) $\sqrt{5}, \sqrt{9}$ c) $\sqrt{5}, \frac{1}{7}, 0.\overline{41}$ d) $\sqrt{5}$

R5.- Dibujar sobre la recta real:

- a) 7 b) -7 c) $\frac{3}{5}$ d) $5\frac{3}{4}$
e) $-1\frac{1}{2}$ f) $-2\frac{1}{4}$ g) $\sqrt{2}$ h) $-\sqrt{5}$

R6.- Expresar como decimal:

- a) $\frac{190}{13}$ b) $\frac{90}{11}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{2}{9}$
e) $\frac{3}{11}$ f) $\frac{46}{2000}$ g) $2\frac{1}{7}$ k) $\frac{1}{70}$

R7.- Convertir los siguientes decimales a fracciones:

- a) 0.25 b) 0.0002 c) 10.4 d) 9.98

R8.- Observar el proceso para convertir una expresión decimal periódica en una fracción.

Transformar $0.3\overline{17}$ a una fracción.

Considerar $a = 0.3\overline{17}$, para encontrar con a un número entero sin decimales se puede multiplicar a por dos diferentes potencias de 10 de tal manera que al restar quede un número entero, por ejemplo $1000a - 10a = 317.\overline{17} - 3.\overline{17} = 314$. Ahora puede despejarse a en $1000a - 10a = (1000 - 10)a = 990a = 314$ y simplificar la fracción resultante

$$a = \frac{314}{990} = \frac{157}{495}.$$

R9.- Convertir $0.\overline{6}$ y $2.1\overline{47}$ a fracciones.

R10.- ¿Qué se entiende por precedencia de los operadores? ¿Cuál es la función de los paréntesis en una expresión algebraica?

R11.- Calcular, si es posible:

- | | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|----------------------------|
| a) $5 \times (7 \times 4)$ | b) $3 \times 7 \times 2$ | c) $19(0)(21)(87)$ |
| d) $10(3)+9$ | e) $9+10 \times 3$ | f) $10 \times (3+9)$ |
| g) $(9+10) \times 3$ | h) $5+5(10+2)$ | i) $7 \times 5+5 \times 3$ |
| j) $3(7+2)+3-6(4+1)$ | k) $9+(10-16)-(7-15)$ | l) $10 \times 6 \div 15$ |
| m) $24 \div (-6)+2$ | n) $24 \div (-6+2)$ | ñ) $2+24 \div (-6)$ |
| o) $-(3-12)+72 \div (-18) \times 4$ | p) $0/5$ | q) $7/0$ |
| r) $0/0$ | s) $8+(9-(6-(5-4)))+14-(11-(7-4))$ | |

R12.- ¿Cuándo se dice que dos fracciones son iguales?

R13.- Encontrar el numerador o el denominador faltante.

- | | | | |
|------------------------------------|--|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{6}$ | b) $\frac{7}{-13} = \frac{-28}{\quad}$ | c) $\frac{-2}{9} = \frac{\quad}{54}$ | d) $\frac{2}{11} = \frac{-8}{\quad}$ |
|------------------------------------|--|--------------------------------------|--------------------------------------|

R14.- ¿Cómo se define un número primo? Dar ejemplos de números primos.

R15.- Descomponer en factores primos:

- | | | | | |
|--------|-------|--------|-------|--------|
| a) 12 | b) 30 | c) 126 | d) 72 | e) 144 |
| f) 360 | g) 96 | h) 108 | i) 32 | j) 15 |

R16.- Con los resultados del problema anterior simplificar las siguientes fracciones:

- | | | | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| a) $\frac{12}{30}$ | b) $\frac{126}{72}$ | c) $\frac{144}{360}$ | d) $\frac{96}{108}$ | e) $\frac{32}{15}$ | f) $\frac{126}{32}$ |
|--------------------|---------------------|----------------------|---------------------|--------------------|---------------------|

En el anexo A (e,f) de este documento se encuentran transcritas algunas propiedades de los números reales.

R17.- Efectuar las siguientes operaciones expresando el resultado en fracciones:

$$a) \frac{1}{16} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8}$$

$$b) \frac{1}{4} + \frac{4}{5} - \frac{7}{8} - 3$$

$$c) \frac{5}{6} \div \frac{1}{2} \times \frac{7}{8}$$

$$d) \left(16\frac{3}{5} - \frac{7}{10}\right) \times \frac{1}{159}$$

$$e) \frac{\frac{2}{5} + \frac{1}{15}}{\frac{7}{7}}$$

$$f) \frac{1 + \frac{3}{4} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{4} - \frac{2}{7} \div \frac{7}{5}}$$

$$g) \left(4 - \frac{1}{4}\right) \times \left(5 - \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{18}$$

$$h) \frac{1}{2} - \frac{3}{10} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{8}$$

$$i) \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{3}{10} \times \frac{5}{4}$$

$$j) \frac{3}{15} - \frac{1}{45} - \frac{1}{90}$$

$$k) \frac{2 + \frac{2}{5} + \frac{5}{3}}{\frac{1}{2}}$$

$$l) \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{7} \times \frac{7}{5}}$$

$$m) \frac{17}{20} + \frac{3}{20} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{10}\right)$$

$$n) \frac{1}{2} - \frac{3}{10} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{8}$$

$$ñ) 104 - 79\frac{301}{323}$$

$$o) 3 + \left(1 \div \left(3 + 1 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

$$p) \frac{4\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{2 - \frac{1}{5}}$$

$$q) \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) \times \frac{3}{5}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{7}{5}}$$

$$r) \frac{\frac{1}{\frac{3}{5} - \frac{4}{1}} \times \left(25\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$s) 5 + \frac{2}{1 + \frac{\frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{4}}}$$

$$t) \frac{4^{-1} + 3^{-1}}{2 + 1^{-1}}$$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

ORDEN, INTERVALOS Y VALOR ABSOLUTO

En el anexo A (f,g) de este documento se encuentran algunas definiciones y propiedades de orden y valor absoluto.

Relación de orden:

- a) Si $a - b$ es positivo, entonces se dice que a es mayor que b y se denota por $a > b$.
- b) Si $a - b$ es negativo, entonces se dice que a es menor que b y se denota por $a < b$.

R18.- Escribir el enunciado de cada inciso en forma de desigualdad:

- a) x es negativo,
- b) y es no negativo,
- c) q es menor o igual a π ,
- d) d está entre 4 y 2, incluyéndolos,
- e) t no es menor que 5,
- f) w es mayor o igual a -4 ,
- g) m está entre $-\frac{\pi}{4}$ y -1 ,
- h) c está entre $\frac{2}{3}$ y 0.66 ,
- i) El cociente de r entre s es por lo menos $1/5$.
- j) El recíproco de f es cuando mucho 14.

R19.- Reemplazar \square por $<$, $>$ o $=$:

- a) $-7 \square -4$
- b) $-3 \square -5$
- c) $\frac{\pi}{2} \square 1.57$
- d) $\frac{\pi}{4} \square 0.8$
- e) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{5}$
- f) $\frac{2}{3} \square 0.6666$
- g) $\frac{3}{8} \square 0.375$
- h) $\frac{22}{7} \square \pi$

R20.- En cada inciso escribir tres fracciones mayores que $2/7$ y que cumplan con la condición indicada:

- a) Que tengan el mismo denominador que la fracción propuesta.
- b) Que tengan el mismo numerador que la fracción propuesta.

R21.- (S22,S24) Indicar si son falsas o verdaderas las siguientes expresiones.

- a) $\frac{10}{11} < \frac{12}{13}$
- b) $8 \geq 8$
- c) $1.1 > 1.\bar{1}$
- d) $-\frac{1}{2} < -1$

R22.- ¿Cómo se define un intervalo abierto? ¿Cómo se define un intervalo cerrado?

R23.- Dibujar y determinar cuáles de los siguientes conjuntos son iguales. Representar los conjuntos como intervalos cuando esto sea posible.

- a) $A = \{0,1,2\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 3\}$
- e) $E = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid -1 < x < 3\}$

R24.- En cada inciso expresar como intervalo el conjunto de números reales que se indica.

- a) x es negativo,
- b) y es no negativo,
- c) q es menor o igual a π ,
- d) d está entre 4 y 2, incluyéndolos,
- e) t no es menor que 5,
- f) w es mayor o igual a -4 ,
- g) m está entre $-\frac{\pi}{4}$ y -1 ,
- h) c está entre $\frac{2}{3}$ y 0.66 ,
- i) El cociente de r entre s es por lo menos $1/5$.
- j) El recíproco de f es cuando mucho 14.

R25.- Si el conjunto universal son los números reales, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 2\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$, expresar

- i) como conjunto, ii) en la recta numérica y iii) como intervalo:
a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$ d) A^c
e) B^c f) $A^c \cap B^c$ g) $A^c \cup B^c$ h) $(A \cup B)^c$

26.- Si el conjunto universal son los números reales y $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq \frac{1}{5}\right\}$,

$B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq \frac{3}{4}\right\}$ y $C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\frac{1}{4}\right\}$. Determinar el conjunto que corresponde a cada inciso, expresarlo como intervalo y dibujarlo en la recta numérica.

- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) A^c d) B^c
e) $(A \cup B)^c$ f) $(A \cap B)^c$ g) $A^c \cup B^c$ h) $A^c \cap B^c$
i) $(A \cup B) \cap C$ j) $A \cup (B \cap C)$ k) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

R27.- Mostrar en la recta de los números reales la gráfica del conjunto indicado y en caso de ser posible expresar como intervalo(s).

- a) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{21}{2}\right\}$ f) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\frac{1}{3}\right\} \cup \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\frac{1}{2}\right\}$
b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{5}{7} \leq x < 2\frac{5}{3}\right\}$ g) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7\frac{2}{3}\right\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0.8\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0.\bar{3}\}$ h) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0.8\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x > -0.\bar{3}\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 8.2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 8.2\}$ i) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{33}{50}\right\} \cup \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$
e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{33}{50}\right\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$ j) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{7}\right\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0.\overline{14}\}$

R28.- Efectuar las operaciones indicadas en cada inciso.

- a) (S18b) $\frac{5}{14} - \frac{1}{21} + 1$ b) (S20b) $\left(2 \div \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{2}{3} \div 2\right)$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

R29.- Leer con cuidado la definición de valor absoluto de un número real y algunas de sus propiedades.

Definición. El **valor absoluto** de un número real a , denotado por $|a|$, es

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}.$$

Propiedades del valor absoluto:

- a) $|a| \geq 0$ para toda a b) $|a| = 0$ si y sólo si $a = 0$ c) $|a| = |-a|$
 d) $|ab| = |a||b|$ e) $|a^n| = |a|^n$ f) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

R30.- Evaluar (rescribir el número sin el símbolo de valor absoluto).

- a) $6 + |-6|$ b) $6 - |-6|$ c) $|(-6)5|$
 d) $\frac{|-6|}{-6}$ e) (S52a) $|-8 - (-2)|$ f) (S52b) $|\pi - 10|$
 g) (S54b) $-1 - |1 - |-1||$ h) $|10 - \pi|$ i) $|-|a||$
 j) (SW10c) $|8| + |-9|$ k) (SW14c) $\left|\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right|$ l) $|3 - \pi|$
 m) $|x^2 + 4|$ n) $\left|\sqrt{5} - \frac{5}{2}\right|$ ñ) $\left|\frac{1}{3} - \frac{2}{15}\right|$

R31.- El valor de $|\sqrt{3} - 3|$ es

- a) $\sqrt{3} - 3$ b) $3 - \sqrt{3}$ c) $(\sqrt{3} - 3)^2$ d) 0

R32.- El valor de la expresión $\frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}$ cuando $x = 2$ y $y = -3$ es

- a) -1 b) 1 c) 2 d) 0

R33.- Utilizar las propiedades de valor absoluto para simplificar la expresión en cada inciso.

- a) (S58) $|-2x - 10|$ b) (S60) $\left|\frac{x-1}{1-x}\right|$ c) (Sw32) $|-x^2 - 1|$

R34.- Rescribir la expresión sin utilizar el símbolo de valor absoluto y simplificar el resultado.

- a) (Sw26) $|5 - x|$ si $x > 5$ b) (Sw30) $|a - b|$ si $a > b$
 c) Si $a = 2$, $\frac{|a|}{a} =$ d) Si $a = -3$, $\frac{|a|}{a} =$ d) Si $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, $\frac{|a|}{a} =$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

Definición: Sean a y b las coordenadas de dos puntos A y B , respectivamente, en una recta real. La **distancia** entre A y B , denotada por $d(A, B)$, se define como $d(A, B) = |b - a|$.

R35.- Determinar la distancia entre los números de cada inciso.

- a) 3, 7 b) (S62a) $\frac{7}{15}, \frac{-1}{21}$ c) -7, -5

R36.- (Sw20) Si la coordenada de A es x y la de B es $-\sqrt{2}$ expresar “ $d(A, B)$ es mayor que 1” como una desigualdad usando el símbolo de valor absoluto.

R37.- Es falsa o verdadera la proposición “El inverso aditivo de todo número real debe ser negativo.” Justificar su respuesta.

R38.- Es falsa o verdadera la proposición “El recíproco de todo número real positivo debe ser menor que uno.” Justificar su respuesta.

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

EXPONENTES Y RADICALES

R39.- **Leer con cuidado** en cualquier **libro** las definiciones y propiedades de exponentes, hay un **resumen en el anexo A (g,h)** y **hacer la Tarea adicional 1 sobre el tema 2 que se encuentra en el anexo B de este documento.**

R40.- El valor de $(-3)^4$ es

- a) 81 b) -81 c) 27 d) -27

R41.- El valor de -7^2 es

- a) 49 b) -49 c) $-\frac{1}{49}$ d) $\frac{1}{49}$

R42.- (SW1.1.46) Expresar el número en notación científica.

- a) 85,200 b) 0.0000055 c) 24,9000,000

R43.- (SW1.1.48) Expresar el número en forma decimal.

- a) 2.3×10^7 b) 7.01×10^{-9} c) 1.23×10^{10}

R44.- Simplificar a) $\sqrt{20}$ b) $\sqrt{162}$ c) $\sqrt{80}$

R45.- La forma simplificada de $\frac{x^6}{x^2}$ es

- a) x^{-4} b) x^4 c) x^3 d) x^{-3}

R46.- En los ejercicios que aparecen a continuación efectúe las operaciones indicadas. Escriba todas las respuestas en términos de exponentes positivos.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \frac{a^2 y^3}{a^5 y^7} & \text{b) } \frac{a^2 p^5 y^3}{a^6 p^5 y} & \text{c) } \frac{p^3 q^4 r^2}{p^4 r^2} \\
 \text{d) } (pr^2)^{-1} & \text{e) } ap^2(-a^2 p^3)^2 & \text{f) } (3a^2)^0 \text{ si } a \neq 0 \\
 \text{g) } (-2.8)^0 & \text{h) } -\left(\frac{3}{5}\right)^0 & \text{i) } (4a)^0 c^2 \text{ si } a \neq 0 \\
 \text{j) } \sqrt{\frac{5}{8}} + \sqrt{\frac{9}{10}} & \text{k) } \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{y}) & \text{l) } (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2
 \end{array}$$

R47.- En cada inciso escriba las expresiones dadas en su forma más simple, en la que aparezcan sólo exponentes positivos.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) (Sw12) } (-3x^{-2})(4x^4) & \text{b) (Sw18) } \frac{(3x^3)(2y)^2}{(y^4)^3} & \text{c) (Sw42) } \left(\frac{-y^{3/2}}{y^{-1/3}}\right)^3 \\
 \text{d) } \frac{(x^{-3}y^2)^{-4}}{(y^6x^{-4})^{-2}} & \text{e) } \left(\frac{4a^3b^2}{b^3a^2}\right)\left(\frac{3b^2}{2b^2a^2}\right) & \text{f) } (2x+1)^2 - 5(2x - (x^2 + 3)) \\
 \text{g) } \frac{(27x^6y^3)^{-1/3}}{(16x^4y^{12})^{-1/4}} & \text{h) } \frac{(64x^6y^{12})^{-5/6}}{(9x^4y^2)^{-3/2}} & \text{i) } \left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-1/5} \left(\frac{y^2}{x^5}\right)^{1/3} \\
 \text{j) } \left(\frac{a^2x^3y}{b^5}\right)^{-4/3} \left(\frac{axy^{-2}}{b}\right)^{5/3} & \text{k) } \left(\frac{9x^3}{t^5}\right)^{-1/2} \left(\frac{8t^2}{x^5}\right)^{-1/3} & \text{l) } \frac{(9x^4y^{-6})^{-3/2}}{(8x^{-6}y^3)^{-2/3}} \\
 \text{m) } \left(\frac{125a^6}{8b^3}\right)^{-2/3} \left(\frac{8b}{5a^2}\right)^{-1/2} & \text{n) } \frac{(9x^4y^{-6})^{-3/2}}{(8x^{-6}y^3)^{-2/3}}
 \end{array}$$

R48.- Aplique las reglas de los radicales para escribir cada una de las expresiones algebraicas en su forma radical más simple, o indicar si nos es posible.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \sqrt[4]{\frac{25a^2b^3}{16c^3b^6}} & \text{b) } \sqrt{(a+b)^2} & \text{c) } \sqrt{(x^2-y)^5} & \text{d) } \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b}} \\
 \text{e) } \sqrt{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}} & \text{f) } \sqrt[4]{\sqrt{125x^3y^5}} & \text{g) } \sqrt[4]{9x^8y^3} & \text{h) } \sqrt[3]{\frac{3x^2y^5}{x}}
 \end{array}$$

R49.- Rescribir la expresión con exponentes racionales:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) (Sw50) } \sqrt{a + \sqrt{b}} & \text{b) (Sw52) } \sqrt[3]{r^3 - s^3}
 \end{array}$$

R50.- Rescribir la expresión usando radicales:

- a) (Sw54a) $4 + x^{3/2}$ b) (Sw54b) $(4 + x)^{3/2}$ c) (Sw56a) $8y^{1/3}$
d) (Sw56b) $(8y)^{1/3}$ e) $(-3x^{1/2})(4x^{-4})(8xy^{-6})^{1/3}$

R51.- Sin utilizar calculadora, determinar en cada par de números cuál es el más grande.

- a) (Sw74a) $7^{1/4}$ y $4^{1/3}$ b) (Sw74b) $\sqrt[3]{5}$ y $\sqrt{3}$

R52.- Simplificar, suponiendo que x y y pueden ser negativas.

- a) (Sw82) $\sqrt{x^4 y^{10}}$ b) (Sw84) $\sqrt[4]{(x+2)^{12} y^4}$
c) $\sqrt{(2x-1)^2}$ d) $\sqrt[3]{(2x-1)^3}$

R53.- Racionalizar el denominador.

- a) $\frac{7}{\sqrt{3x}}$ b) $\frac{4x}{\sqrt[3]{y^2}}$ c) $\frac{2+x}{\sqrt[3]{y-1}}$ d) $\frac{4x}{\sqrt{4y^2+16}}$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

R54.- Llevar a cabo las operaciones indicadas y simplificar. (División de polinomios se tratará en el tema 5 Funciones polinomiales y racionales)

- a) (Sw4) $(4x^3 + 5x - 3x) - (8x^2 - x + 2)$ b) (Sw10) $(3u - 1)(u + 2) + 7u(u + 1)$
c) (Sw18) $\frac{6a^3b^3 - 9a^2b^2 + 3ab^4}{3ab^2}$ d) (Sw22) $(5x + 4y)(5x - 4y)$
e) $(-5x - 4y)(5x - 4y)$ f) (Sw26) $(x^2 + 1)(x^2 - 16)$
g) (Sw28) $(5x - 4y)^2$ h) (Sw34) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$
i) (Sw40) $(3x - 4y)^3$ j) $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{(x + y)^{-1}}$

R55.- Factorizar

- a) (Sw50) $16x^5y^2 + 8x^3y^3$ b) (Sw64) $16z^2 - 56z + 49$
c) (Sw70) $9y^4 - 121x^2$ d) (Sw92) $8x^8 - 16$
e) (Sw80) $216x^9 + 125y^3$ f) (Sw86) $5x^3 + 10x^2 - 20x - 40$
g) (Sw96) $y^2 - 6y + 9 - 4x^2$ h) (S86) $(x-1)^{7/2} - (x-1)^{3/2}$
i) (Sw58) $12x^2 - x - 6$ j) (S88) $x^{-1/2}(x+1)^{1/2} + x^{1/2}(x+1)^{-1/2}$

R56.- Hacer la parte correspondiente de la Tarea adicional 2 sobre el tema 2 que se encuentra en el anexo B de este documento.

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

A continuación se presentan ejercicios sobre productos notables y factorización en el orden que en general aparecen en los libros. En el **Apéndice B**, en las tareas 2, 3 y 4 aparecen definiciones, ejemplos y ejercicios en otro orden sobre estos temas.

Productos notables

R57.- Llevar a cabo las operaciones indicadas utilizando los productos notables cuando esto sea posible y simplificar.

a) $(x + 4)^2$

b) $(3u - 1)^2 + (u + 2)^3$

c) $(5x + 4y)(5x - 4y)$

d) $(-5x - 4y)(5x - 4y)$

e) $(x^2 + 1)(x^2 - 16)$

f) $(-5x - 4y)^2$

g) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

h) $(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y})^3$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

Factorización

R58.- Factorizar completamente las expresiones que aparecen a continuación.

a) $3ax + 6ax^2 - 2ax$

b) $6by - 12b^2y + 7by^2$

c) $4ap^2 + 6a^2pq + 8apq^2$

d) $12p^2r^2 - 8p^3r^3 + 24pr^2$

e) $3y(x - 4)^2 + 6(x - 4)^2$

f) $y^2(x^2 + 1) + x^2 + 1$

g) $9a^4 - b^2$

h) $25a^2 - 49b^2$

i) $16x^4 - 256y^4$

j) $25a^5 - 400ab^8$

k) $64p^3 + 125t^6$

l) $64p^9 - t^9$

m) $x^{3/4} - x^{1/4}$

n) $(x^2 + 4)^{3/4} - (x^2 + 4)^{1/4}$

ñ) $(x + 3)^{-2/3} + (x + 3)^{-5/3}$

R59.- Factorizar completamente y si es posible simplificar.

a) $a^2 + 22a + 121$

b) $x^3 - 6x^2 + 9x$

c) $x^2 - 14x + 33$

d) $6m^2 - 19m + 3$

e) $49t^4 - 105t^3 + 14t^2$

f) $2y^4 - 9y^2 + 7$

g) $6d^9 + 3d^5e^2 + 6de^4$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

$$d) \frac{x+3 - \frac{16}{x+3}}{x-6 + \frac{20}{x+6}}$$

$$e) \frac{\frac{x}{x+y} - \frac{y}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}}$$

$$f) \frac{t-5 + \frac{25}{t-5}}{t+3 + \frac{10}{t-3}}$$

$$g) \frac{a^3 - 8}{a^2 - 4} \div \frac{a}{a^3 + 8}$$

$$h) \frac{x^{-1} + y^{-1}}{(x+y)^{-1}}$$

$$i) \frac{y-3}{3\sqrt{y} + y\sqrt{3}}$$

R65.- Determinar el dominio, llevar a cabo las operaciones indicadas y simplificar.

$$a) \text{ (Sw32)} \frac{2x+6}{x^2+6x+9} + \frac{5x}{x^2-9} + \frac{7}{x-3}$$

$$b) \text{ (Sw10)} \frac{10+3r-r^2}{r^4+2r^3}$$

$$c) \text{ (Sw32)} \frac{2x+6}{x^2+6x+9} + \frac{5x}{x^2-9} + \frac{7}{x-3}$$

$$d) \text{ (Sw14)} \frac{a^3-8}{a^2-4} \div \frac{a}{a^3+8}$$

$$e) \text{ (Sw12)} \frac{4x^2-9}{2x^2+7x+6} \cdot \frac{4x^4+6x^3+9x^2}{8x^7-27x^4}$$

$$f) \text{ (Sw46)} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$

$$g) \frac{(x+h)^3 + 4(x+h) - (x^3 + 4x)}{h}$$

$$h) \frac{1}{1 + \frac{1}{x - \frac{1}{x}}}$$

$$i) \frac{(1-x^2)^{1/2} + x^2(1-x^2)^{-1/2}}{1-x^2}$$

$$j) \text{ (Sw36)} \frac{\frac{r}{r^2} + \frac{s}{s^2}}{\frac{s^2}{s^2} - \frac{r}{r^2}}$$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

R66.- Eliminar los radicales, factorizando y después simplificando si esto es posible.

$$a) \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$b) \sqrt{9t^4 + 6t^2 + 1}$$

R67.- Racionalizar los denominadores.

$$a) \frac{x+1}{2-\sqrt{x}}$$

$$b) \frac{3y+1}{2-\sqrt{y+4}}$$

$$c) \frac{xy}{\sqrt{2y}-\sqrt{x}}$$

$$d) \frac{xy}{3y-\sqrt{x}}$$

$$e) \frac{7x}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$f) \frac{7x}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}$$

HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.

ECUACIONES

E1.- Resolver las siguientes ecuaciones, si se trata de una identidad, demostrarla.

a) $\frac{x-5}{6} + \frac{2x-5}{3} = x$

b) $2(w - (5 + w)) = 3$

c) $6(t+1) = 2(3t+5) - 4$

d) (Sw22) $\frac{7x+2}{14x-3} = \frac{x-2}{2x+3}$

e) (Sw30) $\frac{4}{5x+2} - \frac{12}{15x+6} = 0$

f) (Sw36) $\frac{2x}{2x+3} + \frac{6}{4x+6} = 5$

g) (Sw36) $\frac{2x}{2x+3} + \frac{6}{4x+6} = 5$

h) $\frac{3}{x+4} + \frac{2}{x-4} = \frac{5x-4}{x^2-16}$

E2.- (Sw48) Demostrar que es una identidad $\frac{x^3+8}{x+2} = x^2 - 2x + 4$.

E3.- (Sw54) Determinar si son equivalentes

a) $\frac{6x}{x-7} = \frac{54}{x-7}; \quad x = 9$

b) $\frac{8x}{x-7} = \frac{55}{x-7}; \quad x = 7$

c) $5x+6 = 4x+3; \quad x^2+5x+6 = x^2+4x+3$

E4.- a) Despejar C en $CD + C = PC + R$.

b) Despejar R_2 en $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

E5.- Resolver las siguientes ecuaciones utilizando el método de factorización.

a) $x^2 + 5x = 4x + 12$

b) (Sw24) $9(x-1)^2 = 7$

c) (Sw6) $x(3x+10) = 77$

d) $w^2 = 2w$

E6.- (Sw15) Indicar si son equivalentes las ecuaciones de cada inciso.

a) $w^2 = 25; \quad w = 5$

b) $w = \sqrt{64}; \quad w = 8$

E7.- Resolver las siguientes ecuaciones utilizando el método de completar cuadrados.

a) (Sw28) $x^2 - 10x + 20 = 0$

b) (Sw28) $4x^2 + 20x + 13 = 0$

E8.- Determinar el dominio y resolver la ecuación utilizando la fórmula general.

a) (Sw32) $5x^2 + 13x + 6 = 0$

b) (Sw38) $\frac{5}{3}x^2 + 3x + 1 = 0$

c) (Sw40) $\frac{x+1}{3x+2} = \frac{x-2}{2x-3}$

d) (Sw42) $30x + 9 = -25x^2$

e) (Sw44) $\frac{1}{7}x^2 + 1 = \frac{4}{7}x$

E9.- a) Despejar x en $2x^2 - xy = 3y^2 + 1$

b) despejar t en $s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$

E10.- Factorizar encontrando sus raíces

a) $4x^2 + 12x + 9$

b) $3x^2 - 3x - \frac{3}{4}$

E11.- Resolver las siguientes ecuaciones de tipo cuadrático.

a) $2x^4 - 72 = 10x^2$

b) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

c) $x^{2/3} - 5x^{1/3} + 6 = 0$

d) (Sw46) $6x^{-1/2} - 13x^{-1/4} + 6 = 0$

E12.- En cada inciso determinar el dominio y resolver la ecuación siguiente.

a) $|5x - 8| = 3$

b) $3|5x - 8| + 2 = 15$

c) $|x - 8| + |x + 4| = 32$

d) $4|x - 8| + 2 = 1$

e) $\sqrt{2x - 1} + 2 = x$

f) (Sw18) $\sqrt[4]{6x^2 - 9} = x$

g) $x - \sqrt{x + 11} = 1$

h) $\sqrt{x + 5} - \sqrt{x - 3} = 2$

i) $|3 - x| = |2x + 3|$

j) (Sw51b) $x^{4/3} = 16$

k) (Sw52c) $x^{4/3} = -49$

l) (S12) $x^{4/3} = -3y$

m) $15x^5 - 20x^4 = 6x^3 - 8x^2$

n) $\sqrt{x}(\sqrt[3]{x}) - 3(\sqrt[3]{x}) - 2\sqrt{x} + 6 = 0$

E13.- Determinar el valor de c , en $3x - 2 + 6c = 2c - 5x + 1$ de tal forma que 4 sea una raíz.

E14.- Escribir una ecuación de segundo grado que

a) no tenga solución.

b) tenga una solución.

c) tenga dos soluciones.

E15.- ¿Cuál es el producto de las dos raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$?

E16.- En cada inciso determinar el dominio y resolver la ecuación.

a) $x^{2/3} - x^{1/3} + 6 = 0$

b) $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x+3} = \frac{10}{x^2 + x - 6}$

c) $\sqrt{2x - 4} + 2 = x$

d) $\sqrt{5n + 9} = n - 1$

f) $x - \sqrt{x - 1} = 1$

f) $\sqrt{3x + 4} - \sqrt{x} = 2$

g) $\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x - 2} = \sqrt{x + 1}$

h) $\sqrt{5 - 2x} - \sqrt{x + 6} = \sqrt{x + 3}$

i) $|1 - x| = |x + 3| + 4$

j) $|x| = 9$

k) $|x| = x^2$

l) $|3x - 2| = 2\sqrt{x + 8}$

m) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$

n) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$

o) $1 - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2}$

p) $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{x + 5} = 0$

q) $\sqrt[3]{2x - 3} + \sqrt[3]{x + 5} = 0$

r) $x^2 - x + 6 = 0$

E17.- Despejar x si a) $y = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - x}}$

b) $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$

**HACER UN RESUMEN SOBRE SOLUCIÓN DE ECUACIONES.
HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.**

DESIGUALDADES

D1.- La desigualdad que corresponde al intervalo $[-2,1)$ es

- a) $-2 < x \leq 1$ b) $-2 \leq x \leq 1$ c) $-2 < x < 1$ d) $-2 \leq x < 1$

D2.- Resolver las siguientes desigualdades.

- a) $5x - 2 < 17$ b) $16x - 4 \geq 28$ c) $-6x \leq 30$
 d) $-4(x+2) \geq 3x+24$ e) $\frac{4x-3}{6} + 4 \geq \frac{2x-1}{12}$ f) $-6 \leq 2x - 4 < 7$

D3.- Determinar dominio y resolver

a) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x} = 0$ b) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x} < 0$
 c) $x^2 - x + 6 = 0$ d) $x^2 - x + 6 > 0$ e) $x^2 - x + 6 \leq 0$

D4.- En cada inciso determinar el dominio y resolver la desigualdad.

- a) $|x| < 7$ b) $|5x - 2| < 17$ c) $\left| \frac{-6(x+1)}{5} \right| \leq 30$
 d) $|4(x+2) - 3| \leq 20$ e) $|x| \geq 3$ f) $6 \leq |2x - 4|$
 g) $-\left| \frac{3x-1}{9} \right| \geq -10$ h) $5|2x+1| - 3 \geq 9$ i) $|3x - 2| > -9$
 j) $-|x| \geq 3$ k) $\left| \frac{2}{x+2} \right| \geq 3$ l) $1 \leq |2x - 1| < 4$

D5.- En cada inciso determinar el dominio y resolver la desigualdad.

- a) $21 + 4x - x^2 > 0$ b) $x^3 - x^2 - 30x \leq 0$ c) $4x^2 - 1 \leq 0$
 d) $4x^2 + 1 \leq 0$ e) $\frac{(x^2 - 9)(x^2 - 8x + 15)}{(x^2 + 2x + 1)} < 0$ f) $x^4 \geq x^2$
 g) $\frac{x^2 - 16}{(x^2 + 2x + 2)} < 0$ h) $\frac{-1}{3x+2} \leq \frac{5}{2x-1}$ i) $x^3 > x$
 j) $\frac{5}{x} > 3$ k) $\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 4} \leq 0$ l) $\left| \frac{x+1}{x} \right| > 2$
 o) $x^4 + 36 > 13x^2$ p) $|x^2 - 1| \leq 3$ q) $\sqrt{(1-2m)^2} \leq 3$
 r) $\frac{u-3}{2u-2} > \frac{1}{6} - \frac{1-u}{3u-3}$ s) $\left| x - \frac{8}{x} \right| \geq 2$ t) $\left| \frac{x^2 + 1}{x} \right| > 2|x - 3|$

**HACER UN RESUMEN SOBRE SOLUCIÓN DE DESIGUALDADES.
 HACER ALGUNOS EJERCICIOS DEL LIBRO EN EL QUE ESTÁ ESTUDIANDO.**