Departamento de Matemáticas
Cálculo Diferencial e Integral I
Laboratorios 13
Primavera 2024

Funciones monótonas y extremos locales

1. Determina los puntos críticos, intervalos de monotonía y extremos locales de las siguientes funciones:

   (a) $f_1(x) = x^4 - 2x^3 + 3$, $x \in \mathbb{R}$

   (b) $f_2(x) = (x-3)^5 + (x-3)^4$, $x \in \mathbb{R}$

   (c) $f_3(x) = 3x^2 - \dfrac{1}{x^2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

   (d) $f_4(x) = \dfrac{2+x}{5+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$

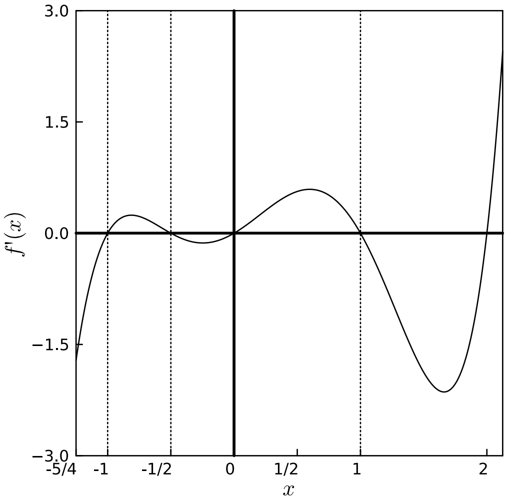
   (e) $f_5(x) = \sqrt{x}(2-x)^{3/2}$, $x \in [0,2]$

   (f) $f_6(x) = 1 - x^{2/3}$, $x \in \mathbb{R}$

   (g) $f_7(x) = \cos\left(\dfrac{x^2}{x^2+1}\right)$, $x \in \mathbb{R}$

   (h) $f_8(x) = |x| + |x-1|$, $x \in \mathbb{R}$

2. Utiliza la gráfica de $f'(x)$ que se muestra a continuación para justificar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.



   (a) $f(x)$ tiene un máximo local en $x = -1$

   (b) $f(x)$ tiene un mínimo local en $x = 1$

   (c) $f(x)$ es creciente para $x \in (-1/2, 1/2)$

   (d) $f(x)$ es creciente para $x \in (-5/4, -1)$

3. Sea $f(x) = ax + \dfrac{b}{x^2}$, $x \neq 0$.

   (a) Calcular los valores de a y b para que la gráfica de $f(x)$ tenga un mínimo local en el punto $(-2, 3)$.

   (b) Para los valores de a y b obtenidos en el inciso anterior, calcula las asíntotas y los intervalos de monotonía de $f(x)$.

4. Muestra que la función $f(x) = ax^3 + bx^2$, donde a y b son parámetros reales diferentes de cero, siempre tiene un máximo y un mínimo local.

Extremos globales

1. Determina los extremos globales de las siguientes funciones, o en su defecto explica porque no existen.

   (a) $f_1(x) = x^4 - 2x^3 + 3$, $x \in [-1, 2]$

   (b) $f_6(x) = 1 - x^{2/3}$, $x \in [-1, 8]$

   (c) $g_1(x) = 1 - x^{3/4}$, $x \in [0, 2]$

Observaciones y sugerencias

4. Localizar extremos locales y utilizar criterio de segunda derivada.