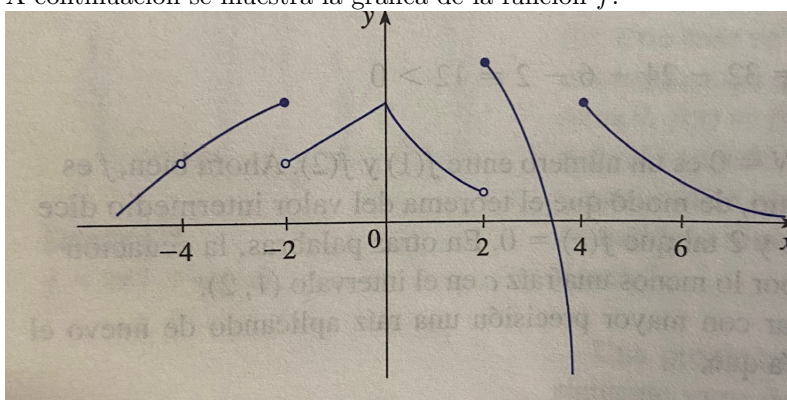


Conceptos continuidad/discontinuidad

1. Escribe la definición de que f sea continua en $x = a$.
2. Discontinuidades. En los siguientes incisos dar el dominio de la función f , regla de correspondencia de f y el punto a de interés en el dominio de f . Además, verificar que las propiedades pedidas se cumplen.
 - (a) *Discontinuidad removible*. Da un ejemplo de una función f y el punto a tal que el límite de f cuando x tiende a a exista pero sea diferente de $f(a)$.
 - (b) *Discontinuidad de salto*. Da un ejemplo de una función f para la cual los límites laterales de f cuando x tiende a a existan pero sean diferentes.
 - (c) *Discontinuidad infinito*. Da un ejemplo de una función f para la cual un límite lateral exista y el otro límite lateral no exista ($\pm\infty$).
 - (d) Da un ejemplo de una función f para la cual los límites laterales cuando x tiende a a no existan ($\pm\infty$).
3. A continuación se muestra la gráfica de la función f .



Utiliza la gráfica anterior para resolver los siguientes incisos:

- (a) Determina para qué valores de x la función f es discontinua.
- (b) Para cada uno de los valores que se obtuvieron en el inciso anterior determina el tipo de discontinuidad (removible, de salto, infinita).

Continuidad puntual

4. ¿Para qué valores de la constante c la función g es continua en $x = 2$?

$$g(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x, & x < 2, \\ x^3 - cx, & x \geq 2. \end{cases}$$

Continuidad en intervalos

5. Determina todos los posibles valores de α y β para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}, & -3 \leq x < 0, \\ \alpha, & x = 0, \\ \frac{\tan(\beta x)}{3x}, & 0 < x \leq \frac{1}{9}, \end{cases}$$

sea continua en todo su dominio.

6. Determina todos los posibles valores de las constantes a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x < 2, \\ ax + b, & 2 \leq x < 3, \\ -x^2, & x \geq 3, \end{cases}$$

sea continua en su dominio.

7. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & x \neq 2, \\ c, & x = 2. \end{cases}$$

¿Qué valor debe tomar c para que f sea continua en \mathbb{R} ?

Teorema de Bolzano / Teorema Valor Intermedio

8. Muestre que las curvas definidas por las funciones $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \frac{1}{x}$ se intersectan para algún valor de la abscisa $x \in (-\pi, 0)$.

9. Muestre que la ecuación

$$2\sqrt{1-x} = \frac{1}{1+x}$$

tiene al menos una solución real.

10. Sea $f : [-1, 1] \rightarrow (-6, 4)$ continua. Muestra que existe $c \in (-1, 1)$ tal que $f(c) = 2c^2 + 5c - 3$.
11. Dada $k > 0$ una constante fija, demuestra que existe $x_0 \in (0, k + 1)$ tal que $x^2 = k$.
12. Sea $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ una función continua. Demuestra que existe $c \in [0, 1]$ que satisface $f(c) = c$.
Nota: al punto $x = c$ se le conoce como punto fijo de f .