Regla de la cadena - funciones

1. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

   (a) $f(x) = \tan^3\left(\cos(x^2+7x)\right)$ (b) $g(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{x^3-4x^2+1}{x^{1/2}+5x}\right)$ (c) $h(x) = \dfrac{1}{\cos\left(\dfrac{1}{x^2-1}\right)}$

2. Dada la función $y = \cos(\operatorname{sen}(3\theta))$, determina y' y y'' (no es necesario simplificar).

3. Determina $(f \circ g)''(x)$.

4. Considera la función $f(x) = |x^2 - 1|$.

   (a) ¿Cuál es el dominio de $f(x)$?

   (b) Determina $f'(x)$.

   (c) ¿Cuál es el dominio de $f'(x)$?

Regla de la cadena - puntual

1. Calcula $h'(\pi/4)$ si $h(\theta) = \dfrac{2}{\sqrt{\operatorname{sen}^2(\theta) - 2\cos^3(\theta)}}$, no es necesario simplificar.

2. Considera funciones f, g diferenciables. Dichas funciones, y sus derivadas, toman algunos valores de acuerdo a la siguiente tabla:

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	3	2	4	6
2	1	8	5	7
3	7	2	7	9

   (a) Determina $(f \circ f)'(2)$

   (b) Determina $(g \circ f)'(1)$

3. Determina $\left(\dfrac{fg}{g \circ f}\right)'(1)$ sabiendo que $f(1) = 2$, $g(1) = -1$, $g(2) = 1/2$, $f'(1) = 1$, $g'(1) = -2$, , $g'(2) = 3$.

4. Sean f y g funciones derivables.

   (a) Determinar la regla de correspondencia de la función $\left(\dfrac{1}{g^2 \circ f^3}\right)(x)$ en términos de $f(x)$ y $g(x)$.

   (b) Si las funciones satisfacen $f(1) = 2$, $g(8) = 1$, $f'(1) = -1$, $g'(8) = 1$, determinar $\left(\dfrac{1}{g^2 \circ f^3}\right)'(1)$.

Derivación implícita

1. Suponga que la ecuación $\operatorname{sen}(x - xy^3) = 2x + 3$ define implícitamente a y como función de x, calcular dy/dx.

2. Verifica que el punto $(2, 1)$ pertenece a la curva $x^3 - 3y^2 = 5$ y determina la ecuación de la recta tangente a la curva en dicho punto.

3. Encuentra los puntos (x_0, y_0) de la curva $x^2 + xy + y^2 = 7$ en los cuales:

   a) la recta tangente a la gráfica en (x_0, y_0) es paralela al eje x.

   b) la recta tangente a la gráfica en (x_0, y_0) es paralela al eje y.

Observaciones y sugerencias

1. A veces se utiliza la regla de la cadena en varias ocasiones. Puede ser útil escribir renglón por renglón para evitar errores, por ejemplo

$$f(g(h(x)))' = f'(g(h(x))) \cdot g(h(x))'.$$

2. Nota: $y'' = (y')'$.

3. Para derivar hay que reescribir en forma adecuada, por ejemplo $(f \circ g)'(x) = (f(g(x)))'$.

3a) Calcula dy/dx, utiliza la condición $dy/dx = 0$ en la ecuación que obtuviste al derivar, esto te dará una ecuación A. Resuelve el sistema de ecuaciones (ecuación original con ecuación A), la intersección es el resultado.

3b) Aquí deriva x con respecto a y. Sigue los pasos del inciso anterior, la diferencia es que aquí se debe considerar $dx/dy = 0$.