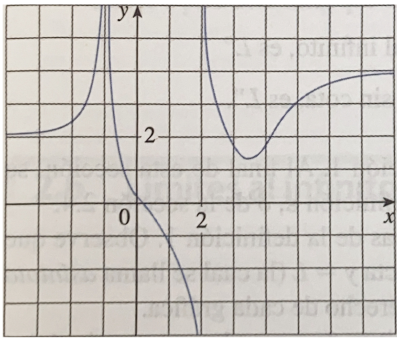
Departamento de Matemáticas
Cálculo Diferencial e Integral I
Laboratorio 6
Primavera 2024

Límites $x \to \pm\infty$, $f(x) \to \pm\infty$ - conceptual

1. En la siguiente imagen se muestra la gráfica de la función f.



   (a) Encuentra para qué valores de x la función $f(x)$ tiende a $-\infty$ o ∞.

   (b) Determina el límite de $f(x)$ cuando x tiende a $-\infty$ o ∞.

   (c) Determina las ecuaciones de las asíntotas verticales, y las asíntotas horizontales, de la gráfica de f.

2. En el siguiente procedimiento hay un error, identifícalo y posteriormente muestra correctamente que $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+2x}+x = -1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+2x}+x$	Observamos que es una forma indeterminada $\infty - \infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}\right)}+x$	Factorizamos en el radical x^2
$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2}\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}\right)}+x$	porque $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \lvert x\rvert\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}\right)}+x$	porque $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$
$\lim\limits_{x\to-\infty} -x\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}\right)}+x$	ya que $x\to-\infty$ se tiene $\lvert x\rvert=-x$
$\lim\limits_{x\to-\infty} -x\sqrt{1}+x$	porque $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2}{x}=0$
$\lim\limits_{x\to-\infty} -x+x=0$	realizamos la resta y obtenemos el resultado

Límites $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = L$

1. Calcula los siguientes límites:

   (a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\cos(3x)+5x^2}{x-4x^2}$

   (b) $\lim\limits_{x\to\infty} -x\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{3}{2x}\right)$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{\sqrt{4x^2+1}}$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{(1-x)x}{\sqrt{4x^4+1}}$ (e) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{|x-1|}\right)$

(f) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})\sqrt{x+3}$ (g) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{5x+|1-5x|}{1-3x}$ (h) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{5x+|1-5x|}{1-3x}$

Límites $\displaystyle\lim_{x\to a} f(x)=\infty$

1. Calcula los siguientes límites:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 2^+}\frac{1-x}{x^2-4}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{(x-1)^4}-\frac{1}{(x-1)^2}\right)$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x+|3x-10|}{x-2}$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to -3^-}\frac{|x+3|}{(x+3)^2}$

Límites $\displaystyle\lim_{x\to \infty} f(x)=\infty$

1. Calcula los siguientes límites:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2+2x}+x$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}-\sqrt{x}$

Asíntotas

1. Determina las asíntotas verticales de la función $h(x)=\dfrac{2x}{|x|-1}$, justifica el resultado utilizando límites.
2. Calcula las asíntotars horizontales de la función $h(x)=\dfrac{5x}{\sqrt{3x^2+1}}$, justifica el resultado utilizando límites.
3. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+2x-15}{x^3+7x^2+10x}$, determina la ecuación de todas las asíntotas (justifica utilizando límites) y las coordenadas de los *huecos* de la función.