

Límites - reducción

1. Calcula los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 2x - 3} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5+x)^{-2} - 5^{-2}}{x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} \quad (d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x+2| - |2x+1| - 1}{x^2 + 3x}$$

Límites - conjugados

1. Determina los siguientes límites:

$$(a) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{1 - \sqrt{2-x}}$$

Límites laterales

1. Determina los siguientes límites laterales $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + x^4}} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \sqrt{\frac{2}{x^6} - 1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{|1-x|}} \quad (e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{|x^2 + x - 2|}$$

2. Encuentra todos los posibles valores de a para que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exista si

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a, & x \leq 0, \\ \frac{\text{sen}(10x)}{5x}, & x > 0. \end{cases}$$

Límites trigonométricos

1. Calcula los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(7x)}{x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x \text{sen}(x+2)}{3x^2 + 8x + 4} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{7}} \frac{\tan(7x-1)}{49x^2 - 1} \quad (d) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\cos x - \sin x}$$

Propiedades límites

1. Suponiendo que $\lim_{x \rightarrow -5} (f(x) + g(x)) = A$ y $\lim_{x \rightarrow -5} (f(x) - 2g(x)) = B$ donde A y B son números reales arbitrarios, demuestra usando propiedades de límites que $\lim_{x \rightarrow -5} xf(x) = \frac{-5(2A+B)}{3}$.

2. A partir de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$, utiliza propiedades de límites para demostrar que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{f(x)} = 0$.

Teorema de compresión - sandwich

1. Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 f(x)$ si sabemos que $|f(x)| \leq c \forall x \in \mathbb{R}$ donde c es un número real positivo.

2. Determina lo siguiente:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{|x|}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3x^2}{|x|} \text{ si se sabe que } |f(x)| \leq x^2 \text{ para } x \in (-0.1, 0.002).$$