

## Examen Final

Nombre : \_\_\_\_\_Clave única: \_\_\_\_\_

No se permite el uso de calculadoras ni de dispositivos electrónicos.

Duración: 2 horas 15 minutos.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	Total
Puntos posibles	1	1½	1	1½	1½	1½	2	10
Puntos obtenidos								

No olvides justificar tus respuestas

1. [1 pts] Sea  $g$  una función invertible y diferenciable.

Si  $f(x) = e^{(g^{-1}(x))}$ , calcula  $f'(1)$  sabiendo que  $g(1) = 5$ ,  $g(3) = 1$ ,  $g'(1) = 2$  y  $g'(3) = 4$ .

2. [1½ pts] Usando derivación logarítmica determina  $f'(x)$  si

$$f(x) = \frac{x^{3/4}\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$$

(no se otorgarán puntos parciales si no se usa derivación logarítmica)

3. Sea  $f(x) = \sqrt[3]{x+6}$

(a) [1/2 pto] Determina la linealización alrededor de  $x = 2$

(b) [1/2 pto] Usando el inciso anterior aproxima el valor de  $\sqrt[3]{7.9}$

4. [1½ pts] Esboza la gráfica de una función  $g$  que cumple todo lo siguiente:

- El dominio de  $g$  es  $\mathbb{R} - \{1\}$
- $g(x) > 0$  para toda  $x \neq 1$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \infty$  y  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \infty$
- $g'(x) > 0$  para  $x \in (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$ ,  $g'(x) < 0$  para  $x \in (1, 2)$
- $g'(2) = 0$
- $g''(x) > 0$  para  $x \in (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

5. [1½ ptos] a) Resuelve la ecuación  $\ln(x^{10/3}) - \frac{1}{3}\ln(x) = \ln 27$

b) Despeja  $t$  de la siguiente expresión  $Ce^{at} = e^{bt}$  con  $C > 0$  y  $a \neq b$ .

6. [ $1\frac{1}{2}$  ptos] La rapidez  $P$  (en mg carbono / $m^3$ /h) en que la fotosíntesis tiene lugar para una especie de fitoplanctón está modelada por la función

$$P = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

donde  $I > 0$  se define como la intensidad de la luz (medida en miles de pie-candela).  
Determina el valor de  $I$  que maximiza la rapidez  $P$  de la fotosíntesis (no olvides justificar que se trata de un máximo)

7. [2 ptos] Sea

$$f(x) = (x - 2)e^x$$

(Cada inciso tiene un valor de 0.5 puntos, son 4 incisos) En este ejercicio no es necesario graficar

(a) Determina el dominio de la función, y las intersecciones de la gráfica con los ejes (en caso de no tener especificarlo)

(b) Determina si la gráfica de  $f$  tiene asíntota(s) horizontal(es), asíntota(s) vertical(es).

Justifica tu respuesta con límites.

- (c) Determina los intervalos de crecimiento/decrecimiento de la función  $f$ . Especifica si la función tiene extremos (es decir máximos y/o mínimos). Recuerda que  $f(x) = (x - 2)e^x$

- (d) Determina los intervalos de concavidad/convexidad de la gráfica de la función. Especifica si tiene puntos de inflexión.