Departamento de Matemáticas
Cálculo Diferencial e Integral I
Laboratorio 1
Primavera 2024

Propiedades números reales

1. Suponiendo que $0 < a < b$, muestra que se cumplen las siguientes desigualdades:
   (a) $a < \sqrt{ab}$,
   (b) $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$,
   (c) $0 < a^2 < b^2$,
   (d) $0 < \sqrt{a} < \sqrt{b}$.
2. Demuestre que si $a < b < 0$ entonces $a^2 > b^2$. Mostrar que en general la propiedad anterior no se cumple si $a < 0 < b$.
3. Dados números reales $c \neq 0$ y $d \neq 0$ con el mismo signo tales que $c < d$, mostrar que $\frac{1}{d} < \frac{1}{c}$.
4. Dados los números reales $0 < a < b$, $0 < c < d$, mostrar que $0 < ac < bd$.

Valor absoluto

1. Plantea una desigualdad utilizando valor absoluto cuya solución sean los números reales cuya distancia a -3 es mayor que 2 y menor o igual que 9.
2. Interpretar geométricamente la igualdad $|x-4| = |4-x|$ y resolverla.
3. Resolver la ecuación $|x| + x = 8$.

Desigualdades

Resolver las siguientes desigualdades:

1. $x^2 - x - 6 \geq 0$
2. $\frac{-6}{|2x-3|} \geq -3$
3. $\frac{3x}{x-1} < 2$
4. $\left|\frac{x^2+x-12}{x+4}\right| < 10$
5. $\frac{(2x+1)^2(x-1)}{x(x^2-1)} \geq 0$
6. $|ax+b| < c$
   (a) $a < 0$, $c > 0$
   (b) $c < 0$

Razonamiento lógico

1. Muestra que es cierta la siguiente proposición: la suma de dos números negativos da como resultado un número real no negativo.

2. Demuestra de forma directa la proposición condicional: si $x = 7$ entonces $2x+1 \neq 10$. También realiza la demostración utilizando la proposición contrarrecíproca (por contradicción).

3. Considera la siguiente proposición: para todo $x \in \mathbb{R}$ existe $y \in \mathbb{R}$ de tal forma que se cumple cierta propiedad $P(x, y)$. ¿Cuál es la idea que desarrollarías para mostrar que la proposición es falsa?