

**Cálculo Diferencial e Integral I**  
**Examen Final**

Nombre: \_\_\_\_\_ Clave: \_\_\_\_\_ 13/11/2022

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS  
Tiempo: 2.5 horas

---

1. Calcula  $\frac{dy}{dx}$  (no es necesario simplificar):

1.1 (0.75 puntos)

$$y = \frac{3x^4 + 2x}{\text{sen}(6x^2 + \pi/3)}$$

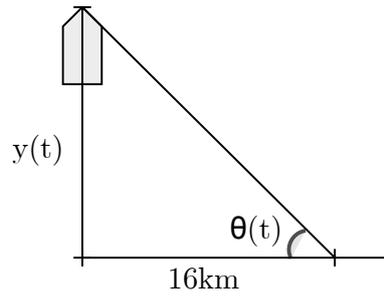
1.2 (0.75 puntos)

$$\frac{x}{y} + \frac{y^2}{x+1} = 0$$

2. (1.25 puntos) Suponga que  $f$  y  $g$  son diferenciables en el intervalo  $[a, b]$  y que  $f(a) = g(a)$ ,  $f(b) = g(b)$ . Demuestra que existe al menos un punto  $c$  en el intervalo  $(a, b)$  donde las rectas tangentes a las gráficas de  $f$  y  $g$  son paralelas en el punto  $c$ .

3. (1.25 puntos) Determina los valores de  $a$  y  $b$  que hacen que  $y = x^3 + ax^2 + bx$  tenga un mínimo local en  $x = 4$  y un punto de inflexión en  $x = 1$ .

4. (1.25 puntos) Un cohete asciende verticalmente a una velocidad de 1200 km/h. Un observador situado a 16 km de la plataforma de lanzamiento lo va siguiendo con un telescopio. Determina la rapidez con que aumenta el ángulo  $\theta$ , formado por el telescopio y el suelo, 3 minutos después del despegue del cohete. Reporta tu respuesta en una frase y con las unidades adecuadas.



5. Determina las siguientes integrales:

5.1 (0.75 puntos)

$$\int 3x^5 \sqrt{x^3 - 1} dx.$$

5.2 (0.75 puntos)

$$\int_0^{\pi/4} \operatorname{sen}^3(2x) \cos(2x) dx$$

6. (1.25 puntos) Si

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = \int_1^x \cos(t^2) dt,$$

calcula la derivada de  $(g \circ f)$  en  $x = \pi/2$ .

7. (2 puntos) Considere la función

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}, \quad \text{donde} \quad f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}, \quad f''(x) = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}.$$

Determinar para  $f$ :

- dominio,
- intersección con los ejes,
- paridad o simetría,
- asíntotas,
- puntos críticos e intervalos de monotonía,
- máximos y/o mínimos locales,
- puntos de inflexión e intervalos de concavidad,
- gráfica (etiquetada con detalle).