

Cálculo Diferencial e Integral I  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
Primer Examen Departamental  
Viernes 22 de septiembre del 2023

Nombre: \_\_\_\_\_

cu: \_\_\_\_\_

1	2a	2b	2c	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5a	5b
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

.....  
JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS  
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS  
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas  
Usa el reverso de cada hoja si es necesario  
Tiempo: 2:00 horas  
.....

1. (1.0 pto.) Determina el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{|x+1| - 1}{1-x^2}}$$

2. Dadas las funciones  $f(x) = 1 - x^2$ ,  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - |x|}}$ , realiza los puntos que se indican a continuación.

a) (0.5 ptos.) Escribir la definición del dominio de  $g \circ f$ .

b) (1 pto.) Determinar el dominio de  $g \circ f$ .

c) (0.5 ptos.) Determinar la regla de correspondencia de  $g \circ f$ .

3. Calcula los siguientes límites, o explica por qué no existen:

a) (1 pto.)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x^2 - 1|}{-1 + \sqrt{-x}}$

b) (1 pto.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{sen}(x)} - \sqrt{1 - \operatorname{sen}(x)}}{x}$

c) (1 pto.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(k \operatorname{sen}(x))}{\operatorname{sen}(x)}, k \neq 0$

d) (1 pto.)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 7x + 1})$

4. a) (0.5 ptos.) Escribe la definición formal del límite  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ .

b) (1.0 pto.) Demuestra formalmente ( $\epsilon$  y  $\delta$ ) que

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 + 2} = \frac{1}{6}.$$

5. a) (0.5 ptos.) Enuncia el teorema de compresión para límites (sandwich).

b) (1.0 pto.) Suponiendo que  $f$  es una función tal que  $|f(x) - 2x| \leq |3x - 6|$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ , calcula el valor del límite  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ . Justifica cada uno de los pasos del procedimiento.