

Cálculo Diferencial e Integral I
Primer Examen Departamental

Nombre: _____ Clave: _____ 23/09/2022

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS

Tiempo: 2 horas

1. (1.25 puntos) Determinar el conjunto solución de la siguiente desigualdad:

$$|-2x^2 + 3x + 2| \geq -x + 2.$$

2. (1.25 puntos) ¿Cuál es el dominio de la función $g(x) = 3f(-x^2) - f(3 - 4x^2)$ si la función f tiene como dominio el intervalo $[-1, 0]$?

3. Calcula los siguientes límites, o explica por qué no existen:

3.1 (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sqrt{10 - x} - 3}$$

3.2 (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sqrt{\frac{2}{x^2} - 10}$$

3.3 (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x^2 - 4x + 3|}{x^2 - 9}$$

3.4 (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x \sin(3x)}{x^2}$$

4. 4.1 (0.5 puntos) Escribe la definición formal del límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$.

4.2 (1.0 puntos) Demuestra formalmente que

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{1}{2x} = \frac{3}{2}.$$

5. (1.5 puntos)

5.1 (0.5 puntos) Enuncia el teorema de compresión para límites (sandwich).

5.2 (1.0 puntos) Si una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisface que

$$\left(\frac{1}{x} - 1\right) < f(x) \leq \frac{1}{x}, \quad \text{para } x \neq 0,$$

demuestra que $\lim_{x \rightarrow 0} xf(x) = 1$.