Segundo Examen Departamental

Cálculo Diferencial e Integral II

Departamento de Matemáticas, ITAM

22 de abril de 2023

Nombre: ____________________________________ CU: ____________

1(a)	**1(b)**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**Total**
1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	10

Duración:
11:00 a 13:00 hrs

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Cálculo Diferencial e Integral II
Segundo Examen Departamental
22 de abril de 2023

1. Determina el límite, o justifica si no existe:

   (a) (**1.25 ptos.**) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 - \dfrac{2}{x}\right)^{3x}$.

   (b) (**1.25 ptos.**) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_{\pi/2}^{\arctan(1/x)} e^{t^2}\, dt\right)$.

2. (**1.25 ptos.**) Demuestra que
$$\int_0^{\pi^2/16} \sec^2\left(\sqrt{x}\right) dx = \frac{\pi}{2} - \ln 2.$$

3. (**1.25 ptos.**) Determina
$$\int \operatorname{sen}(8x)\,\cos(5x)\, dx.$$

4. (**1.25 ptos.**) Usando una sustitución trigonométrica determina la integral (da el resultado en términos de funciones algebraicas):
$$\int x^3\left(x^2-1\right)^{3/2} dx, \quad x \geq 1.$$

5. (**1.25 ptos.**) Usando la sustitución $u = \tan x$, demuestra que
$$\int \frac{dx}{1+\tan x} = \int \frac{du}{(1+u^2)\,(1+u)};$$
   a partir de este resultado, obtén
$$\int \frac{dx}{1+\tan x} = \frac{1}{2}\ln|1+\tan x| - \frac{1}{4}\ln\left(\sec^2 x\right) + \frac{1}{2}x + C.$$

6. (**1.25 ptos.**) Calcula la integral, o justifica si ésta diverge:
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x}+9}\, dx.$$

7. (**1.25 ptos.**) Justifica con detalle si existen valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ tales que la siguiente integral converge:
$$\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^{\alpha}}.$$