

Segundo Examen Departamental
Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
8 de noviembre de 2023

Tipo A

Nombre: _____ CU: _____

1	2	3	4(a)	4(b)	5(a)	5(b)	Total

Duración:
14:00 a 15:50 hrs.

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Cálculo Diferencial e Integral II
Segundo Examen Departamental **Tipo A**
8 de noviembre de 2023

1. **(1.5 ptos.)** Calcula, justificando, el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\cos\left(\frac{1}{x}\right) - 3^{7/x} \right).$$

2. **(2.0 ptos.)** Utilizando una sustitución trigonométrica, demuestra la siguiente igualdad:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{9-4x^2}} dx = \frac{9}{16} \left(\arcsen\left(\frac{2x}{3}\right) - \frac{2x\sqrt{9-4x^2}}{9} \right) + C.$$

3. **(1.5 ptos.)** Determina la siguiente integral:

$$\int x \ln(x^2 + 1) dx.$$

4. Sea $I : [3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$I(t) = \int_3^t \frac{x^2 + 6}{(x^2 - 4)(x^2 + 1)} dx.$$

- (a) **(1.75 ptos.)** Demuestra que

$$I(t) = \frac{1}{2} \ln |t - 2| - \frac{1}{2} \ln |t + 2| - \arctan(t) + \frac{1}{2} \ln(5) + \arctan(3).$$

- (b) **(1.25 ptos.)** Calcula $\lim_{t \rightarrow +\infty} I(t)$.

5. Considera la función $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \operatorname{arccosh}(-2 \ln x)$$

para todo $x \in D$.

- (a) **(1.0 pto.)** Determina el dominio D y la imagen de f .
- (b) **(1.0 pto.)** Encuentra una expresión simplificada para $\sinh(f(x))$ para todo $x \in D$. La respuesta no debe contener funciones hiperbólicas ni sus inversas.