

Optimización funciones en intervalos cerrados

1. Determina los extremos globales de las siguientes funciones:

(a)

$$h(x) = -x^{2/3}(1+x), \quad x \in [-2, 1]$$

(b)

$$g(x) = |3 - x^2|, \quad x \in [-2, 2]$$

(c)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ -x + 2, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

Problemas de optimización

- Una página debe contener 30cm^2 de texto impreso. Se requiere que los márgenes superior e inferior sean de 2cm y los laterales de 1cm. Determinar las dimensiones de la página que permitan ahorrar más papel.
- Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica con tapa que tenga capacidad de 1 litro. ¿Cuáles deben ser las dimensiones para que se utilice la menor cantidad posible de metal?
- Se tiene un alambre de 1m de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con uno de ellos un círculo y con el otro un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima.
- Obtener las dimensiones que hacen mínimo el costo de un contenedor cerrado que tiene forma de paralelepípedo rectangular sabiendo que su volumen ha de ser 9m^3 , su altura 1m y el costo de construcción por m^2 es de \$500 pesos para la base, \$60 pesos para la tapa y \$40 pesos para cada pared lateral.

Aproximación lineal y diferenciales

6. Mediante aproximación lineal, estimar los siguientes valores. En cada uno de los ejercicios utiliza la segunda derivada para indicar si la aproximación obtenida es una sobreestimación o subestimación del valor que se desea aproximar.
- $\sqrt[3]{28}$
 - $\sin(40^\circ)$
 - $(1.00002)^{2023}$

7. Determine la linealización de la función $f(x) = \sqrt{10 - x^2}$ en $a = 1$.

Integrales indefinidas

8. Determinar las siguientes integrales indefinidas:

$$\begin{aligned} & \bullet \int \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x^3} dx & \bullet \int \sin(2x) dx \\ & \bullet \int \frac{1}{(x-1)^3} dx & \bullet \int \frac{x}{(x-1)^3} dx \end{aligned}$$

Integrales definidas

9. Determina las siguientes integrales definidas:

$$\begin{aligned} & \bullet \int_0^\pi (1 + \sin(x)) dx & \bullet \int_{-1}^2 |-2 + 3x| dx \end{aligned}$$

Teorema Fundamental del Cálculo

10. Determinar la siguiente derivada:

$$\frac{d}{dx} \int_{\sin x}^{x^2} \sqrt{1+t^5} dt.$$

11. Determinar la linealización de la función:

$$F(x) = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sin(x^2)} \sqrt{4t^4 + 3} dt.$$

$$\text{en } a = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$