

## CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

### Laboratorio 9

Otoño 2023

Integración por partes

1. Determina las siguientes integrales:

(a)  $\int_0^a \frac{t}{e^{t/a}} dt, \quad a > 0.$

(b)  $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$

(c)  $\int x \operatorname{sen}(x) \cos(x) dx.$

(d)  $\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx.$

(e)  $\int \cos(\sqrt{5x+3}) dx.$

(f)  $\int \operatorname{sen}^{-1}(3x) dx.$

(g)  $\int \operatorname{sen}(\ln x) dx.$

(h)  $\int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)^3} dx.$

2. Demuestra la siguiente fórmula de reducción de grado:

$$\int \operatorname{sen}^n(x) dx = -\frac{1}{n} \operatorname{sen}^{n-1}(x) \cos(x) + \frac{n-1}{n} \int \operatorname{sen}^{n-2}(x) dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

3. Demuestra que  $\int_a^b \left( \int_x^b f(t) dt \right) dx = \int_a^b (x-a) f(x) dx.$

4. Demuestra que

$$\int_0^{\pi^2/16} \frac{dx}{\cos^2(\sqrt{x})} = \frac{\pi}{2} - \ln 2.$$

5. (a) Sea  $f$  diferenciable e invertible. Demuestra que

$$\int f^{-1}(x) dx = x f^{-1}(x) - \int f(y) dy, \quad \text{con } y = f^{-1}(x).$$

(b) Utilizando el inciso anterior, determina: (i)  $\int \cos^{-1}(x) dx$ , (ii)  $\int \log_2(x) dx$ .