

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 10

Otoño 2023

Integrales trigonométricas y sustitución trigonométrica

1. Encuentra las siguientes integrales trigonométricas:

(a) $\int \cos^2(\sqrt{y}) dy.$

(b) $\int \operatorname{sen}^2(x) \cos^2(x) dx.$

(c) $\int \operatorname{senh}^3(x) \cosh^2(x) dx.$

(d) $\int \tan^5(x) \sec^4(x) dx.$

(e) $\int \tan^3(x) \sec^5(x) dx.$

(f) $\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{1 + \operatorname{sen}(x)} dx.$

(g) $\int \csc^3(x) dx.$

(h) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^3(x) dx.$

(i) $\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}} dx.$

2. Demuestra que para $m, n \in \mathbb{N}$:

(a) $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(mx) \cos(nx) dx = 0.$

(b) $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(mx) \operatorname{sen}(nx) dx = \begin{cases} 0, & \text{si } n \neq m \\ \pi, & \text{si } n = m. \end{cases}$

3. Usando una sustitución trigonométrica determina las siguientes integrales:

(a) $\int x^2 \operatorname{sen}^{-1}(x) dx.$

(b) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{4x^2}{(1-x^2)^{3/2}} dx.$

$$(c) \int_2^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx.$$

$$(d) \int_0^{\ln 4} \frac{e^t dt}{\sqrt{e^{2t}+9}}.$$

$$(e) \int \frac{x^2}{\sqrt{21+4x-x^2}} dx.$$

4. Usando la sustitución $u = \sec(x)$ demuestra que

$$\int \sec(x) dx = \ln |\sec(x) + \tan(x)| + C.$$