

### Conceptos continuidad/discontinuidad

1. Define qué es una función continua en  $x = a$ .
2. Argumenta la continuidad, en cada punto de su dominio, de la función

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

3. Discontinuidades. En los siguientes ejemplos dar el dominio de la función  $f$ , regla de correspondencia de  $f$  y el punto  $a$  de interés en el dominio de  $f$ . Además, verificar que las propiedades pedidas se cumplen.
  - (a) *Discontinuidad removible*. Da un ejemplo de una función  $f$  y el punto  $a$  tal que el límite de  $f$  cuando  $x$  tiende a  $a$  exista pero sea diferente de  $f(a)$ .
  - (b) *Discontinuidad de salto*. Da un ejemplo de una función  $f$  para la cual los límites laterales de  $f$  cuando  $x$  tiende a  $a$  existan pero sean diferentes.
  - (c) Da un ejemplo de una función  $f$  para la cual solamente uno de los límites laterales cuando  $x$  tiende a  $a$  no exista.
  - (d) Da un ejemplo de una función  $f$  para la cual ninguno de los límites laterales cuando  $x$  tiende a  $a$  exista.

### Ejercicios continuidad puntual

4. Encuentra los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$  tales que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(5x - 5)}{x - 1} - a, & x > 1, \\ \frac{2}{b}, & x = 1, \\ \frac{|1 - x^2|}{(x - 1)}, & x < 1, \end{cases}$$

sea continua en  $x = 1$ .

5. Para las siguientes funciones, define  $f(x_0)$  de tal modo que sean continuas en  $x = x_0$ :

(a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x - 6}{x - 1}, \quad x_0 = 1,$$

(b)

$$f(x) = \frac{\cos(x) - \sqrt{2}/2}{(x - \pi/4)\sqrt{x}}, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

### Ejercicios continuidad en intervalos

6. Determina los valores de  $a$  y  $b$  de tal forma que la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^5 + 1, & 0 < x < 1 \\ x - x^2, & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - bx + 2, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

sea continua en todo su dominio.

7. Sea

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq 1, \\ x + b, & 1 < x \leq 2, \\ g(x - 1) + 2b, & x > 2, \end{cases}$$

donde  $g$  es una función continua en todo  $\mathbb{R}$ . Determinar  $b$  de modo que  $f$  sea continua en todo su dominio.