

Teorema del sandwich

1. Calcula el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 1 si se sabe que para todo $x \neq 1$ se cumple

$$1 - (x - 1)^2 \leq 2f^3(x) - 1 \leq 1 + (x - 1)^4.$$

2. Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3x^2}{|x|}$ si se sabe que $|f(x)| \leq x^2 \forall x \in \mathbb{R}$.

3. Determina el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^2(1/x)}{1 + \sin^2(1/x)}.$$

Cálculo de límites trigonométricos

4. Calcula los siguientes límites:

(a) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{3t}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - x^2}{\tan(2x)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4 - 4x)}{x^2 + 2x - 3}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4 \sin(3x))}{5x}$

(e) $\lim_{t \rightarrow 0} 5t \cot(2t)$

(f) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta + \tan \theta}{\theta}$

(g) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\cos x - \sin x}$

Cálculo de límites $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$

5. Calcula los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin(2x)}{\cos(3x) + 4x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 - 2x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |1 - 3x|}{1 - 5x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{7 + x^2}}{6x + 1}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + x}{1 + x}$

(f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - 3}{\sqrt{25x^2 + 4x}}$

(g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$

(h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{-2x}$

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x})\sqrt{x + 2}$

(j) $\lim_{t \rightarrow \infty} t \sin\left(\frac{2}{t}\right)$

(k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sin x + x^{3/2}}{\cos \sqrt{x} + 2x^{3/2} + x^{-1/2}}$

6. Sean $p(x)$ y $q(x)$ dos funciones polinomiales cuyos grados son n y m , respectivamente, y el coeficiente del término mayor de ambas funciones es igual. Si $n \leq m$, determina el valor de

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{q(x)}.$$

Cálculo de límites $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

7. Calcula los siguientes límites o explicar por qué no existen.

(a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x + |3x - 20|}{x - 5}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2} \right)$

Cálculo de límites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

8. Calcula los siguientes límites o explicar por qué no existen.

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2-x)(3x+1)}{\sqrt{9x^2+11}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cos^2 \left(\frac{1}{x} \right)$

Límites laterales

(a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x + |3x - 20|}{x - 5}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1}{\sqrt{2x - x^2} - 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$

(f) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sin(2x - 4)}{|3x - 6|}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x + 1|}{(x + 1)^2}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{|x^2 - 16|}{\sqrt{x} - 2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{x^2 - 4}$