

### Dominio y rango de funciones

1. Dada la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con regla de correspondencia

$$f(x) = \frac{1 + 2x}{1 + x^2},$$

indicar todos los elementos del dominio a los que les corresponde el elemento del contradominio

$$y = \frac{7}{10}.$$

2. Determina el dominio de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 3x^2 + 18x - 10}{x^2 - 6x + 5}} + 2,$

(b)  $h(x) = \frac{1 - x}{x^2 - |x|}.$

3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \frac{2}{3 - x},$

(b)  $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}.$

4. Determinar el dominio de la función  $g$ , donde  $g(x) = f(|x - 2| - |x + 2|)$ , y el dominio de  $f$  es  $(-3, 3)$ .

### Operaciones entre funciones

5. Dadas  $f(x) = \frac{1}{1 - x}$  y  $g(x) = \frac{x - 1}{x},$

(a) Encuentre el dominio de  $f$  y el dominio de  $g$ .

(b) Encuentre el dominio de  $f + g, f - g, fg$  y  $g/f$ .

(c) Encuentre el dominio de  $f \circ g$ .

(d) Encuentre la regla de correspondencia de  $(f \circ g)(x)$  en su forma simplificada.

6. Sea  $f_1(x) = \sqrt{x}, f_2(x) = x^2$  y  $f_3(x) = x^{1/4}$ , escribe la regla de correspondencia de  $f(x)$  que está definida de la siguiente forma:

$$f(x) = f_3 \left( \frac{2}{f_1(f_2(x + 1) + 3)} \right).$$

7. Dada la función  $f(x) = x^2 + 2x$ , para cada inciso determinar la función  $g$  que satisface lo siguiente:

(a)  $(2f - 3g)(x) = x^3 + x + 1,$

(b)  $(f/g)(x) = -2.$

8. Se definen funciones recursivamente de la siguiente forma:  $p_0(x) = 1$ ,  $p_1(x) = x$ ,  $p_{n+1}(x) = 2xp_n(x) - p_{n-1}(x)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Dadas estas funciones,

- (a) mostrar que  $p_2(x) = 2x^2 - 1$  y determinar  $p_3(x)$ ,
- (b) ¿cuál es el rango de  $p_i(x)$ ,  $i = 1, 2, 3$  si  $-1 \leq x \leq 1$ ?
- (c) ¿cuáles son las raíces de las funciones mencionadas en el inciso anterior?

### Problema composición funciones

9. Sea  $f(x)$  una función definida para todo  $x \leq 0$  y  $1 < x < 5$ , determinar el dominio de la composición  $(f \circ g)(x)$  donde

$$g(x) = \frac{5}{x^2 - 4}.$$

10. Sean

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{y} \quad g(x) = x^2 - x - 2,$$

determinar la regla de correspondencia de la función  $h(x) = f(x - f(g(x)))$ .

11. Sean  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por:

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 4 & \text{si } x < 0, \\ 3x^2 + x & \text{si } x \geq 0, \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x < 0, \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$$

determinar  $(f \circ g)(x)$ .