

### Interpretación geométrica valor absoluto

1. Utiliza un argumento geométrico (con distancia) para determinar los números reales  $x$  que cumplen la desigualdad  $1 < |x - 2| \leq 3$ .
2. ¿Cuánto debe distar  $x$  de  $1/3$  para que  $1/x$  diste de 3 en a lo más  $10^{-5}$ ?

### Implicaciones y propiedades valor absoluto

3. El intervalo  $(-3, 7)$  es el conjunto solución de una desigualdad de la forma  $|x - c| < \delta$ , determinar  $c$  y  $\delta$ .
4. Demostrar que para todo  $x, y \in \mathbb{R}$  se satisface<sup>1</sup>

$$|xy| \leq \frac{1}{2}(x^2 + y^2).$$

5. Demostrar que para todo  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  se cumple

$$\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2.$$

### Desigualdades con valor absoluto

6. Resolver las siguientes desigualdades:

(a)  $|-2x^2 + 3x + 2| \leq -x + 2$ .

(b)  $|x - 5| + |x - 2| \geq 4$ .

(c)  $\left|\frac{2x - 1}{x + 3}\right| \geq 3$ .

(d)  $\frac{x^2 + 1}{|x^2 - 1|} \geq 0$ .

(e)  $\left|\frac{1}{|x|} - 2\right| < 1$ .

### Estimación de expresiones

7. Encuentra el menor valor de  $\delta$  que hace que si  $|x - 2| < \delta$  entonces se cumple que  $|4x - 8| < 0.1$ .
8. Determinar todos los números reales  $A > 0$  de tal forma que las siguientes afirmaciones sean verdaderas:

(a) si  $|x - 2| < 1$  entonces  $|2x - 4| < A$ ,

(b) si  $|x + 1| < A$  entonces  $|3x + 3| < 4$ .

<sup>1</sup>Esta desigualdad se puede reescribir como  $\sqrt{x^2 y^2} \leq \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ , que con el cambio de variable  $\hat{x} = x^2$ ,  $\hat{y} = y^2$  da lugar a la desigualdad entre la media geométrica y la media aritmética  $\sqrt{\hat{x}\hat{y}} \leq \frac{1}{2}(\hat{x} + \hat{y})$ .

9. Muestra que si  $x$  satisface  $|x - 2| < 0.1$  entonces  $|x^2 - 4| \leq 0.41$ .
10. La relación entre grados Celcius  $C$  y grados Fahrenheit  $F$  es

$$C = \frac{5}{9}(F - 32).$$

- (a) Determinar el intervalo en la escala Fahrenheit que corresponde a

$$20 \leq C \leq 30.$$

- (b) Determinar el intervalo en la escala Celsius que corresponde a

$$50 \leq F \leq 95.$$

### Introducción funciones

11. Dada la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con regla de correspondencia

$$f(x) = \frac{1 + 2x}{1 + x^2},$$

indicar todos los elementos del dominio a los que les corresponde el elemento del contradominio  $y = \frac{7}{10}$ .

12. Dada la función con regla de correspondencia

$$f(x) = \left| \frac{-3x}{x^2 + 1} \right| + 5,$$

determinar dominio, rango y paridad de la función.