

### Propiedades números reales

1. Suponiendo que  $0 < a < b$ , muestra que se cumplen las siguientes desigualdades:

(a)  $a < \sqrt{ab}$ ,

(b)  $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$ ,

(c)  $\frac{a+b}{2} < b$ ,

(d)  $0 < \sqrt{a} < \sqrt{b}$ ,

(e)  $0 < a^2 < b^2$ .

2. Demuestre que si  $a < b < 0$  entonces  $a^2 > b^2$ . ¿Qué ocurre cuando  $a < 0 < b$ ?

3. Dados números reales  $c$  y  $d$  con el mismo signo tales  $c < d$ , mostrar que  $\frac{1}{d} < \frac{1}{c}$ .

4. Dados los números reales  $0 < a < b$ ,  $0 < c < d$ , mostrar que  $0 < ac < bd$ .

5. Suponiendo que  $a > 0$  y  $b < 0$ , indica el signo de las siguientes expresiones:

(a)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ,

(b)  $b(b-a)$ ,

(c)  $a^3b^2$ ,

(d)  $\frac{a-b}{ab}$ .

6. Dados los números reales  $a, b, q, p \in \mathbb{R}$ , muestra que

$$(p+q)(a+b) = pa + pb + qa + qb,$$

indicado los momentos donde la propiedad de distributividad se emplea.

7. Sea  $h \in \mathbb{R}$ , muestra que si  $y_2 = \frac{1}{x}$ ,  $y_1 = \frac{1}{x+h}$  entonces  $y_2 - y_1 = \frac{h}{x^2 + xh}$  para todo valor de  $h$ .

8. La ventaja de un levantador de pesas se determina con la fórmula de O'Carroll:

$$W = \frac{\omega_0}{(\beta - 35)^{1/3}},$$

donde  $\beta$  es el peso del levantador y  $\omega_0$  es el peso que levanta, ambas cantidades en Kg. Si se tienen dos levantadores de pesas cuyos pesos son 75Kg y 120Kg, los cuales levantan pesos de 180Kg y 250Kg respectivamente, determinar quién tiene la mayor ventaja.

### Razonamiento lógico

9. Muestra que es cierta la siguiente proposición: la suma de dos números reales no negativos da como resultado un número real no negativo.
10. Considera la siguiente proposición: para todo  $x \in \mathbb{R}$  existe  $y \in \mathbb{R}$  de tal forma que se cumple cierta propiedad  $P(x, y)$ . ¿Cuál es la idea que desarrollarías para mostrar que la proposición es falsa?
11. Demuestra de forma directa la proposición condicional: si  $x = 7$  entonces  $2x+1 \neq 10$ . También realiza la demostración utilizando la proposición contrarrecíproca (por contradicción).