

ITAM, Departamento Académico de Matemáticas
Examen final (parte escrita), mayo de 2023
Álgebra Superior 2/Matemáticas Discretas

1. Calcula las raíces cuartas del número complejo -1 . Además, expresa las raíces en la forma $a + bi$ con $a, b \in \mathbb{R}$ y gráficelas en el plano.
2. Encuentra la factorización como producto de irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$ del polinomio

$$p(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

Explica por qué estos factores son irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$.

3. Hay una lista de 600,000 secuencias de letras formadas por 1, 2, 3 ó 4 letras. Las letras pueden repetirse en una secuencia; por ejemplo, **abac** es una secuencia válida y, además, el orden de las letras es importante para determinar la secuencia; por ejemplo, **abc** es una secuencia distinta a **bac**.

Considerando que las letras se toman de un alfabeto de 27 letras ¿hay secuencias repetidas en la lista? Argumenta claramente tu respuesta.

Sugerencia: utiliza el Principio del Palomar

4. ¿Puede una gráfica 5 regular tener un número impar de vértices? Argumenta detalladamente tu respuesta.