Aproximación lineal y diferenciales

1. Mediante aproximación lineal, estimar los siguientes valores. En cada uno de los ejercicios utiliza la segunda derivada para indicar si la aproximación obtenida es una sobreestimación o subestimación del valor que se desea aproximar.

   - $\sqrt[3]{28}$
   - $\sin(40^0)$
   - $(1.00002)^{2023}$
   - $(91)^{2023}$

2. Determine la linealización de la función $f(x) = \sqrt{10 - x^2}$ en $a = 1$.

3. Un aparato lanza un proyectil desde el nivel del piso a una velocidad $v_0 = 1$ m/s, y un ángulo 30^0 sobre la horizontal. El aparato controla muy bien la velocidad de salida pero tiene una incertidumbre en el ángulo inicial de 2^0.

   - Si el alcance del proyectil (posición máxima) es de $x = \dfrac{v_0^2}{g}\sin(2\theta)$, determinar el intervalo de posición donde puede caer el proyectil a causa de la incertidumbre en el ángulo inicial (utilizar $g = 9.8\text{m/s}^2$).
   - ¿Es significativa la variación del alcance del proyectil determinada en el inciso anterior (considera el error relativo $\Delta x/x$).

Integrales indefinidas

4. Determinar las siguientes integrales indefinidas:

   - $\displaystyle\int \frac{2x-5}{(x-1)^3}dx$
   - $\displaystyle\int \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x^3}dx$
   - $\displaystyle\int \frac{\cos(\sqrt{2t})}{\sqrt{t}}dt$
   - $\displaystyle\int x\sin(1-x^2)dx$

Integrales definidas

5. Determina las siguientes integrales definidas:

   - $\displaystyle\int_0^{\pi} (1+\sin(2x))\,dx$
   - $\displaystyle\int_{-1}^{2} |-2+3x|dx$

Área entre curvas

6. Determinar el área de la región delimitada por las funciones $y = 10$ y $y = 5 + 6x - x^2$.
7. Determinar el área de la región que se encuentra delimitada por las rectas $x = -2$, $x = 0$, $y = -x$ y la parábola $y = (x + 2)^2$.
8. Calcular el área de la región que está entre las funciones $y = 1/2$ y $y = \cos(x)$ para $x \in [0, \pi]$.

Teorema Fundamental del Cálculo

9. Determinar la siguiente derivada:

$$\frac{d}{dx} \int_{\operatorname{sen} x}^{x^2} \sqrt{1 + t^5}\, dt.$$

10. Determinar la linealización de la función:

$$F(x) = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\operatorname{sen}(x^2)} \sqrt{4t^4 + 3}\, dt.$$

en $a = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$.