Examen Final
Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
24 de mayo de 2023

Nombre: ______________________________________ CU: _____________

1(a)	**1(b)**	**1(c)**	**2**	**3(a)**	**3(b)**	**3(c)**	**4**	**5**	**Total**
1.0	1.0	1.25	1.5	1.0	1.0	1.25	1.0	1.0	10

Duración:
7:00 a 9:15 hrs

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Cálculo Diferencial e Integral II
Examen Final
24 de mayo de 2023

1. Analiza si la serie converge o diverge. En cada caso, **especifica qué criterio usas y verifica que éste sea aplicable**:

   (a) (**1.0 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n}.$

   (b) (**1.0 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}.$

   (c) (**1.25 ptos.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(3+4\ln(n))^2}.$

2. (**1.5 ptos.**) Utiliza el Teorema de Taylor para demostrar que

$$\left|\ln(x)-\left((x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}\right)\right|<\frac{1}{4},\quad \forall x\in[1,2].$$

3. Calcula el valor de la serie o justifica si ésta diverge:

   (a) (**1.0 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+(-2)^{n+1}}{4^{n+1}}.$

   (b) (**1.0 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left[\operatorname{arcsen}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)-\operatorname{arcsen}\left(1-\frac{1}{n}\right)\right].$

   (c) (**1.25 ptos.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(4n-3)(4n+1)}.$

4. (**1.0 pto.**) Determina el límite, o justifica si no existe:

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-5^{-|x-1|}}{x-1}.$$

5. (**1.0 pto.**) Determina la siguiente integral:

$$\int_1^5 e^{\sqrt{x-1}}\,dx.$$