

**Primer Examen Departamental**  
Cálculo Diferencial e Integral II  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
25 de marzo de 2023  
**Tipo A**

Nombre: \_\_\_\_\_ CU: \_\_\_\_\_

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>Total</b>
Puntos posibles	1.5	1.5	1.5	1.5	1.25	1.25	1.5	10
Puntos obtenidos								

**Duración:**  
**11:00 a 13:00 hrs**

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Cálculo Diferencial e Integral II  
Primer Examen Departamental **Tipo A**  
25 de marzo de 2023

1. **(1.5 ptos.)** Efectuando el cambio de variable  $u^2 = 2x - 3$ ,  $u > 0$ , determina la siguiente integral:

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{2x-3}} dx.$$

2. **(1.5 ptos.)** Determina  $\int_{-\ln 3}^{\ln 3} e^t \operatorname{sech}(t) dt$ .
3. **(1.5 ptos.)** Determina la derivada de la función  $f$  definida por  $f(x) = \int_0^{2(\sqrt{x})} e^{4x-t^2} dt$ ,  $x > 0$ .
4. **(1.5 ptos.)** Encuentra la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $y = x^{\ln(e \ln x)}$  en el punto  $(e, e)$ .
5. **(1.25 ptos.)** Determina una función diferenciable  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , par y no idénticamente nula, tal que

$$[f(x)]^2 = \int_{-x}^x \frac{f(t)}{\sqrt{16-t^2}} dt.$$

6. **(1.25 ptos.)** Sea  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua. Considera la función  $H : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$H(x) = \int_1^x \frac{1}{t} f\left(\frac{t^2+1}{t}\right) dt.$$

Usando el método de sustitución en la integral definida, demuestra que  $H(1/x) + H(x) = 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^+$ . (**No derivar.**)

7. **(1.5 ptos.)** Efectuando el cambio de variable  $x = 3 \cosh(t)$ ,  $t > 0$ , demuestra que

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-9}} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2-9} + \frac{9}{2} \operatorname{arccosh}\left(\frac{x}{3}\right) + C.$$