

## CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

### Laboratorio 9

Primavera 2023

Formas indeterminadas

1. Sin utilizar la regla de L'Hopital prueba que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1 \quad (\text{cambia variable}).$$

2. Justifica si el límite en cada inciso es, o no, una forma indeterminada. Luego calcula, si existe, el límite:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\operatorname{sen}(\pi x)}$ .
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + x^2/2}{x^3}$ .
- (c)  $\lim_{a \rightarrow 1} \frac{x^{1-a} - 1}{1-a}$ ,  $x > 0$ .
- (d)  $\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} \frac{\sec \theta}{\tan \theta}$ .
- (e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(-1/x^2)}}{x}$ .
- (f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 4^x}{5^x - 2^x}$ .
- (g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x x e^{-t^2} dt}{1 - e^{-x^2}}$ .
- (h)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{4x + x^2} - 2}{x}$ .
- (i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} \right)$ .
- (j)  $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(1+6x) - \ln(4+3x)]$ .
- (k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x3^{2/x} - x)$ .
- (l)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2\sqrt{x} [\pi - 2 \tan^{-1}(\sqrt{x})])$ .
- (m)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln(3e^x + 1))$ .
- (n)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{sen} x)^{\cot x}$ .
- (o)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 2x)^{\frac{1}{\ln x}}$ .
- (p)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{a^{1/x} + b^{1/x}}{2} \right)^x$ ,  $a > 0, b > 0$ .

3. Deduce cuál es el valor de la constante  $c$  tal que se cumple la siguiente igualdad:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{cx}{cx+1} \right)^x = 9.$$

4. Determina el valor de  $a \in \mathbb{R}^+$  de modo que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ 1 + \int_0^{2x} \cosh(t^2 + \ln a) dt \right]^{1/x} = e^{5/2}.$$

5. Sea  $f$  una función continua en  $\mathbb{R}$ . Demuestra que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \int_0^{1/x} f(t) dt \right)^x = e^{f(0)}.$$

6. Sea  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = xe^{1/x}$ .

- Determina  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .
- Determina los intervalos de monotonía, extremos, concavidades y puntos de inflexión de  $f$ .
- Dibuja la gráfica de  $f$ .