Cálculo 1

7 de diciembre 2022

Examen Final - Tipo A

Nombre : ______________________________ Clave única: ______________________________

No se permite el uso de calculadoras ni de dispositivos electrónicos.

Duración: 2 horas.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	Total
Puntos posibles	1	$1\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	2	10
Puntos obtenidos								

No olvides justificar tus respuestas

1. [1 pto] Calcula $\dfrac{dy}{dx}$ si $x^2e^{5y} = \ln(2xy^3)$

2. [1½ ptos] Determina $f'(x)$ si

$$f(x) = \frac{(x+1)^{2022}(2x^2-3)}{\sqrt{x^2+1}}$$

3. [1 pto] Estima el valor de $\sqrt[3]{8.1}$

4. [1½ ptos] Esboza la gráfica de una función g que cumple todo lo siguiente:

- El dominio de g es $\mathbb{R}$
- $g(x) < 0$ para toda $x < 10$, $g(x) > 0$ para toda $x > 10$
- $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -4$ y $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$
- $g'(x) > 0$ para $x \in (-\infty, 0) \cup (5, \infty)$, $g'(x) < 0$ para $x \in (0, 5)$
- $g'(0) = 0$ y $g'(5) = 0$
- $g''(x) > 0$ para $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$, $g''(x) < 0$ para $x \in (-1, 1)$, $g''(-1) = g''(1) = 0$

5. Sea $f(x) = 5 - \ln(e^x + 3)$

   (a) [½ pto] Determina el dominio de f

   (b) [½ pto] Demuestra que la función es decreciente

   (c) [½ pto] Determina f^{-1}

6. [1½ ptos] Un alambre que mide L metros se dobla para formar un rectángulo. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del rectángulo para que el área sea máxima?

7. [2 ptos] Sea

$$f(x) = \frac{3e^x}{e^x + 1}$$

(Cada inciso tiene un valor de 0.4 puntos, son 5 incisos, no olvides ver la última página)

(a) Determina el dominio de la función, y las interseciones de la gráfica con los ejes (en caso de no tener especificarlo)

(b) Determina si la gráfica tiene asíntota horizontal, asíntota vertical y justifica tu respuesta usando límites.

(c) Determina los intervalos de crecimiento/decrecimiento de la función. Especifica si la función tiene extremos (es decir máximos y/o mínimos).

(d) Determina los intervalos de concavidad/convexicad de la gráfica de la función. Especifica si tiene puntos de inflexión.

(e) Dibuja la gráfica de la función. En dicha gráfica deberás escribir las coordenadas de los puntos importantes.