

### Teorema del sandwich

1. Calcula el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a 1 si se sabe que para todo  $x \neq 1$  se cumple

$$1 - (x - 1)^2 \leq 2f^3(x) - 1 \leq 1 + (x - 1)^4.$$

2. Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3x^2}{|x|}$  si se sabe que  $|f(x)| \leq x^2 \forall x \in \mathbb{R}$ .

3. Calcula el límite  $\lim_{x \rightarrow 0} \tan x \cos \left( \sin \left( \frac{1}{x} \right) \right)$ .

### Cálculo de límites trigonométricos

4. Calcula los siguientes límites:

(a)  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{3t}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4 \sin(3x))}{5x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - x^2}{\tan(2x)}$

(f)  $\lim_{t \rightarrow 0} 5t \cot(2t)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2x - 4)}{3x - 6}$

(g)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta + \tan \theta}{\theta}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4 - 4x)}{x^2 + 2x - 3}$

(h)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\cos x - \sin x}$

### Cálculo de límites $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$

5. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + x^2$$

y demuestra que el límite que obtuviste es correcto.

6. Calcula los siguientes límites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin(2x)}{\cos(3x) + 4x}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{7 + x^2}}{6x + 1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 - 2x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x + 1})$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |1 - 3x|}{1 - 5x}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + x}{1 + x}$

$$(g) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x - 3}{\sqrt{25x^2 + 4x}}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{-2x}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})\sqrt{x+2}$$

$$(k) \lim_{t \rightarrow \infty} t \sin\left(\frac{2}{t}\right)$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sin x + x^{3/2}}{\cos \sqrt{x} + 2x^{3/2} + x^{-1/2}}$$

**Cálculo de límites**  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

7. Calcula los siguientes límites o explicar por qué no existen.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x + |3x - 20|}{x - 5} \text{ decir si existen o no}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x + 1|}{(x + 1)^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{x^2 - 4}$$

8. Si se sabe que la función  $f(x)$  que satisface

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1,$$

muestra que

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = \infty$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{(1 - f(x))^2} = \infty.$$