Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
13 de diciembre de 2022
Tipo A

Nombre: ______________________________ CU: ______________

Pregunta	**1(a)**	**1(b)**	**2**	**3(a)**	**3(b)**	**4(a)**	**4(b)**	**5**	**6(a)**	**6(b)**	**Total**
Puntos	1.25	0.75	1.0	1.25	0.75	1.0	1.0	1.0	0.75	1.25	10
Puntos obtenidos											

Duración:
7:00 a 9:00 hrs

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Cálculo Diferencial e Integral II
Examen Final "Tipo A"
13 de diciembre de 2022

1. Considera la sucesión $I_n = \displaystyle\int_1^{\infty} \left(\frac{n}{x} - \frac{n^2}{3+nx} \right) dx$.

   (a) (**1.25 ptos.**) Demuestra, justificando con detalle, que $I_n = n \ln\left(\dfrac{3+n}{n} \right)$.

   (b) (**0.75 ptos.**) Calcula $\displaystyle\lim_{n\to\infty} I_n$.

2. (**1 pto.**) Determina el límite de la sucesión, o justifica si no existe:

$$\left\{ \frac{n^2}{2n+1} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{3n} \right) \right\}_{n=1}^{\infty}.$$

   Sugerencia para el ejercicio 2: Usa un cambio de variables.

3. (a) (**1.25 ptos.**) Obtén el polinomio de Taylor de grado 3 generado por $f(x) = x + \dfrac{3}{x}$ en $x_0 = 1$.

   (b) (**0.75 ptos.**) Utiliza la fórmula del residuo de Lagrange para estimar el error cometido al aproximar $f(1.3)$ usando el polinomio del inciso anterior.

4. Calcula el valor de la serie en cada inciso, o justifica si diverge:

   (a) (**1 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{3^{2n+1}}$.

   (b) (**1 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{1/n} - e^{1/(n+1)} \right)$.

5. (**1 pto.**) Determina un intervalo de valores de $\alpha \geq 0$ tales que sea convergente la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^n}{\alpha^n n!}$.

6. Analiza si las siguientes series convergen o divergen. En cada caso, especifica qué criterio utilizas y verifica que éste sea aplicable:

   (a) (**0.75 ptos.**) $\sum_{n=1}^{\infty} \cosh\left(\dfrac{2}{n} \right)$.

   (b) (**1.25 ptos.**) $\sum_{n=3}^{\infty} \dfrac{\ln n}{n^3}$.