

Primer Examen Departamental
Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
30 de septiembre de 2022
Tipo A

Nombre: _____ CU: _____

1	2	3(a)	3(b)	4	5	6	7(a)	7(b)	Total

Duración:
19:00 a 21:00 hrs

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Cálculo Diferencial e Integral II
 Primer Examen Departamental "Tipo A"
 30 de septiembre de 2022

1. Sea $f(x) = \frac{1}{2} \left(2^x - \frac{1}{2^x} \right)$. Prueba que f es invertible en todo \mathbb{R} y calcula el valor de $(f^{-1})' \left(\frac{3}{4} \right)$.

2. Obtén una función f y un número a tal que

$$27 + \int_a^x \frac{f(t)}{t} dt = 3x^{1/2}, \quad \forall x > 0.$$

3. Determina la derivada de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{\ln 5}{(\ln x)^{3 \ln x}}$.

(b) $L(x) = \int_1^{\sinh(x)} \frac{e^{\operatorname{arcsenh}(t)}}{\cosh(x)} dt, \quad x \geq 0$. Simplifica la respuesta.

4. Calcula $\int_4^{16} \frac{1}{x} \log_4 \left(\frac{1}{x} \right) dx$.

5. Llevando a cabo la integración, utiliza la sustitución $x = 3 \cosh(t)$, $t \geq 0$, para demostrar que

$$\int \sqrt{x^2 - 9} dx = \frac{x\sqrt{x^2 - 9}}{2} - \frac{9}{2} \operatorname{arccosh} \left(\frac{x}{3} \right) + C.$$

6. Encuentra el valor de x , si $\frac{3e^{-x} - 2e^x}{5} = 1$.

7. (a) Demuestra la siguiente identidad:

$$\cosh(x + y) = \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y).$$

- (b) Sean $\alpha, \beta > 0$. Si $\sinh(x) = \frac{\alpha}{\beta}$ y $\sinh(y) = \frac{\beta}{\alpha}$, demuestra que

$$\cosh(x + y) = \frac{\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2}{\alpha\beta}.$$

Cada pregunta tiene el siguiente valor:

1	2	3(a)	3(b)	4	5	6	7(a)	7(b)
1.25	1.25	1.0	1.25	1.25	1.5	1.25	0.5	0.75