

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 12

Otoño 2022

Integrales impropias

1. Calcula la integral impropia de primera especie, o muestra que diverge:

(a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+5x)}$.

(b) $\int_{\ln 2}^{\infty} \frac{e^{-x}}{1-e^{-2x}} dx$.

(c) $\int_0^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.

(d) $\int_{-\infty}^0 xe^{2x} dx$.

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} |x|e^{-x^2} dx$.

(f) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3|x-2|} dx$.

2. Calcula la integral impropia de segunda especie, o muestra que diverge:

(a) $\int_0^1 x \ln(x) dx$.

(b) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1-\operatorname{sen}(x)}$.

(c) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x-1} dx$.

(d) $\int_0^1 \frac{4r}{\sqrt{1-r^4}} dr$.

(e) $\int_1^{\cosh(t)} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$, $t \geq 0$.

(f) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{|x-1|}}$.

(g) $\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x-a}\sqrt{b-x}}$, $a < b$ dados.

3. Calcula la integral impropia de tercera especie, o muestra que diverge:

(a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$.

(b) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-x}}} dx$.

4. Demuestra que

$$\int_0^1 (\ln x)^n dx = (-1)^n n!$$

5. Deduce cuál debe ser el valor de la constante A para el cual converge la siguiente integral impropia. ¿A qué valor converge la integral?:

$$\int_2^{\infty} \left(\frac{x}{2x^2+1} - \frac{A}{x+1} \right) dx.$$