

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 10

Otoño 2022

Integración por partes.

1. Determina las siguientes integrales:

(a) $\int_0^a \frac{t}{e^{t/a}} dt, \quad a > 0.$

(b) $\int \frac{x 2^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}} dx.$

(c) $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$

(d) $\int x \operatorname{sen}(x) \cos(x) dx.$

(e) $\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx.$

(f) $\int \cos(\sqrt{5x+3}) dx.$

(g) $\int \operatorname{sen}^{-1}(3x) dx.$

(h) $\int \operatorname{sen}(\ln x) dx.$

(i) $\int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)^3} dx.$

2. Demuestra las siguientes fórmulas de reducción de grado:

(a) $\int x^n e^{ax} dx = \frac{x^n e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx, \quad a \neq 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$

(b) $\int x^n e^{-x^2} dx = -\frac{x^{n-1} e^{-x^2}}{2} + \frac{n-1}{2} \int x^{n-2} e^{-x^2} dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

(c) $\int \operatorname{sen}^n(x) dx = -\frac{1}{n} \operatorname{sen}^{n-1}(x) \cos(x) + \frac{n-1}{n} \int \operatorname{sen}^{n-2}(x) dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

3. Demuestra que $\int_a^b \left(\int_x^b f(t) dt \right) dx = \int_a^b (x-a) f(x) dx.$

4. (a) Demuestra que

$$\int f^{-1}(x) dx = x f^{-1}(x) - \int f(y) dy, \quad \text{con } y = f^{-1}(x).$$

(b) Utilizando el inciso anterior, determina: (i) $\int \cos^{-1}(x) dx$, (ii) $\int \log_2(x) dx$.