

## CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

### Laboratorio 6

Otoño 2022

Logaritmos y exponenciales en otras bases

1. En cada una de las siguientes expresiones despeja  $y$ :

(a)  $\log_3(1-y) - \log_3(y) - x = 0$ ,  $0 < y < 1$ .

(b)  $\frac{5^y - 5^{-y}}{2} = 3$ .

2. Prueba que si  $x > 0$  y  $x^{(x)^x} = (x^x)^x$ , entonces  $x = 1$  o  $x = 2$ .

3. Encuentra el dominio y la derivada de la función en cada inciso:

(a)  $f(x) = \frac{1}{\log_2(\log_2 x)}$ .

(b)  $y = \log_3\left(\frac{3^x}{1-3^x}\right)$ .

(c)  $y = (2^x + 1)^{1/x}$ .

(d)  $y = x^x (\ln x)^{\ln x}$ .

(e)  $y = (\ln x)^x + 2^{1/x}$ .

4. Sea  $f(x) = \left(\frac{2^x + 1}{2^x - 1}\right)^x$ ,  $x > 0$ . Calcula  $f'(1)$  y simplifica el resultado.

5. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  en  $x = 1$ , si

$$f(x) = \int_3^{1+2^x} \frac{\log_2(t-1)}{t-1} dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

6. Sea  $f(x) = \log_{1/2}(x) - 4x + 1$ ,  $x \in (0, \infty)$ .

(a) Justifica que  $f$  es invertible en su dominio.

(b) Sea  $g$  la función inversa de  $f$ . Demuestra que  $g'(-3) = -\frac{\ln 2}{\ln(16e)}$ .

7. Determina las siguientes integrales:

(a)  $\int e^x 10^x dx$ .

(b)  $\int_{1/10}^{10} \frac{\log_{10}(x)}{x} dx$ . Simplifica la respuesta.

(c)  $\int_0^{\log_3 2} \frac{1}{1+3^x} dx$ . Simplifica la respuesta.

(d)  $\int \frac{3^{2x}}{\sqrt{1-3^x}} dx$ .