

## CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

### Laboratorio 5

Otoño 2022

Función exponencial natural

- Resuelve la ecuación  $3e^x + 2e^{-x} = 7$ .
- Encuentra una fórmula para la inversa de  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ .
- Determina la derivada  $y'$  en cada inciso:
  - $y = \frac{1}{e^{2x} \ln x}$ .
  - $y = \int_1^{e^{(x^2)}} \ln^2(\sqrt{t}) dt$ . Simplifica el resultado.
  - $y = \int_0^{3x} e^{t^2 - 9x^2} dt$ . Simplifica el resultado.
- Sea  $f(x) = 2e^{3x} + \int_0^x \sqrt{3 + 2t^4 + t^6} dt$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
  - Justifica que  $f$  es diferenciable.
  - Demuestra que  $f$  es creciente, y por tanto posee una inversa  $f^{-1}$ .
  - Encuentra  $(f^{-1})'(2)$ .
- Determina la integral en cada inciso:
  - $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$ .
  - $\int_{-\ln 3}^0 \sqrt{e^x} dx$ .
  - $\int \frac{\tan(e^{-3x})}{e^{3x}} dx$ .
  - $\int e^{(x-e^x)} dx$ .
  - $\int_0^3 \frac{e^{1+\ln x}}{\sqrt{1+x^2}} dx$ .
  - $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1} dx$ .
  - $\int_1^2 \frac{e^{2x}}{1 - e^x} dx$ .

6. Encuentra el valor de  $a$  y la función  $f(x)$  que satisfacen

$$a + \int_a^{x^2} \frac{f(t)}{t} dt = e^x + x^2 - e, \quad \text{con } x > 0.$$

7. Sea  $f(x) = e^{(2-x)a} e^{xb}$ ,  $a \neq b$ . Demuestra que existe  $c \in [0, 2]$  tal que

$$f(c) = \frac{e^{2b} - e^{2a}}{2b - 2a}.$$

8. Sea

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} e^{t+(1/t)} dt, \quad x \in \mathbb{R}^+.$$

Mediante un cambio de variable adecuado demuestra que  $F(1/x) = -F(x)$ , para todo  $x \in \mathbb{R}^+$ .

9. (a) Obtén las coordenadas del máximo absoluto de  $\frac{\ln(x)}{x}$  en  $(0, \infty)$ .  
(b) Usando el inciso anterior, demuestra que  $x^e \leq e^x$  para todo  $x > 0$ , y  $x^e = e^x$  si y sólo si  $x = e$ .