

# Cálculo Diferencial e Integral I

## Ejercicios para el Laboratorio 5

### Problema y definición límite1

1. Considera la función  $f(x) = \frac{x^2 - x + 5}{x - 1}$ .

- Prueba que si  $0 \leq x < 1$  entonces  $x^2 - x + 5 \geq 4$ .
- Prueba formalmente que  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4}{x-1} = -\infty$
- Usa los dos incisos anteriores para concluir, por comparación, que

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty.$$

### Teorema del sandwich

2. Calcula los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 16) \frac{x - 4}{|x - 4|}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \tan x \cos \left( \sin \left( \frac{1}{x} \right) \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2x \sin x}$

### Cálculo de límites trigonométricos

3. Calcula los siguientes límites:

- $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{3t}$
- $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\tan \theta} \theta$
- $\lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{1 + \sin \phi}{1 + \cos \phi}$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\cos x - \sin x}$
- $\lim_{t \rightarrow 0} 5t \cot 2t$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(3x - 3)}{2x^2 - 2}$

**Cálculo de límites**  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$

4. Calcula los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right)$

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2\sqrt{x} - \sqrt{x+2} \right)$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + x}{1 + x}$

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x - 3}{\sqrt{25x^2 + 4x}}$

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \cos x}{x + \sin x}$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{-2x}$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})\sqrt{x+2}$