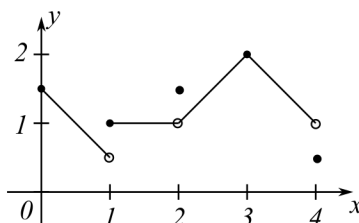


Cálculo Diferencial e Integral I

Ejercicios para el Laboratorio 3

Funciones a trozos

1. Para la función cuya gráfica está abajo determina los límites laterales en $x = 0, 1, 2, 3, 4$. Obtén todos los números reales a en el intervalo $[1, 4]$ para los cuales el límite en $x = a$ existe.



2. Sea

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & \text{si } -3 < x < -1, \\ 2x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1, \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- (a) Grafica $f(x)$,
- (b) Determina los siguientes límites

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x),$$

- (c) ¿En qué puntos de $\text{Dom}(f)$ existe el límite?
- (d) Determina explícitamente la función $g(x) = 3f(2x-2)+4$, gráficala y determina en qué puntos de $\text{Dom}(g)$ existe el límite.

Existencia límites

1. De las siguientes afirmaciones, indica cuál siempre es cierta (argumenta), cuál puede ser cierta (da un ejemplo donde sea cierta y otro donde no lo sea) y cuál nunca puede ser cierta (argumenta).
 - $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$.

- Si $\lim_{x \rightarrow -7} f(x) = -2$ entonces $\lim_{x \rightarrow -7} f^3(x) = 8$.
- Si $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 8$ entonces $\lim_{x \rightarrow 5} 1/f(x) = 1/8$.
- Si $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 8$ entonces $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 6$.
- Si $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ entonces $f(0) = 0$.
- Si $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ entonces $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe y es igual a 0.

2. Supón que $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = -3$. Calcula, si existen, los límites en $a = 4$ de $g(x) + 3$, $(g(x))^2$, $xf(x)$, $\frac{g(x)}{f(x) - 1}$.

Demostración formal de límites

3. Encuentra el valor de $\delta > 0$ que hace que para toda x que satisfice $0 < |x - x_0| < \delta$ se cumpla que $|f(x) - L| < \epsilon$ si:
- $f(x) = \sqrt{19 - x}$, $x_0 = 10$, $L = 3$ y $\epsilon = 1$,
 - $f(x) = 120/x$, $x_0 = 24$, $L = 5$ y $\epsilon = 1/2$.

Cálculo de límites

4. Calcula los límites de las siguientes funciones en el punto indicado. Primero realiza un análisis cualitativo para determinar existencia o posible valor del límite,

- | | |
|---|--|
| • $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x - x^2}{2 - \sqrt{x}}$ | • $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{ x^2 - 4x + 4 }{x^2 - 2x}$ |
| • $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 27}{x^{1/3} - 3}$ | • $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 7} - 4}$ |
| • $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ | • $\lim_{h \rightarrow 1} \frac{\sqrt{b + 2(h-1)} - \sqrt{b}}{h-1}, b > 0$ |
| • $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{-3 + \sqrt{-2t + 5}}{\sqrt{11 + t} - 3}$ | |