

**ITAM, Departamento Académico de Matemáticas**  
**Examen final, diciembre de 2021**  
**Álgebra Superior 2/Matemáticas Discretas**

1. Encuentra el valor de  $|\bar{z}|$  si  $z = \frac{2i - 3}{4i + 1}$ .

2. Si  $D$  es un dominio entero y  $a(x), b(x), c(x)$  son polinomios en  $D[x]$  tales que  $a(x) \mid b(x)$  y  $a(x) \mid c(x)$ , entonces para cualesquiera  $p(x)$  y  $q(x)$  en  $D[x]$  se tiene que

$$a(x) \mid b(x)p(x) + c(x)q(x).$$

3. En un concierto hay 1850 espectadores. Demuestra que hay por lo menos 6 espectadores que cumplen años el mismo día.

4. De un grupo de 5 perros y 4 gatos se va a formar una fila de 5 mascotas para sacar una foto y ponerla en Instagram. En la fila de mascotas deberá de haber, por lo menos, 2 perros. ¿De cuántas maneras se puede formar la fila?

5. Determina cuántos enteros entre 1 y 500 (ambos incluidos) son divisibles entre 2 o entre 3 o entre 7.

6. En una fiesta hay 60 personas y algunas de ellas se saludan (a lo mucho una vez) estrechándose la mano. ¿Cuál es el número máximo de saludos de mano que pudieron darse las 60 personas? (Nota que cuando dos personas se saludan eso cuenta como un solo saludo.)