

ITAM, Departamento Académico de Matemáticas
Examen final, junio de 2022
Álgebra Superior 1/Pensamiento Matemático

1. Determina si la proposición $P \wedge (Q \vee \neg Q)$ es equivalente a la proposición $(\neg P) \implies (Q \wedge \neg Q)$.
2. Sean A, B y C conjuntos. Demuestra que $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.
(Nota: el símbolo \setminus es lo mismo que el símbolo $-$, ambos denotan la diferencia de conjuntos.)
3. Considera en \mathbb{Z} la relación R definida como sigue: aRb si $4 \mid (a^2 - b^2)$. Determina si R es una relación de equivalencia sobre \mathbb{Z} .
4. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ funciones. Demuestra que si $g \circ f : A \rightarrow C$ es suprayectiva y $g : B \rightarrow C$ es inyectiva, entonces $f : A \rightarrow B$ es suprayectiva.
5. Demuestra que para cada $n \in \mathbb{N}$ con $n \geq 1$ sucede que

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$

6. Sean e, f, g y h enteros. Demuestra que si $(f, g) = 1$, $h \mid f$ y $h \mid (e \cdot g)$, entonces $h \mid e$.