

**ITAM, Departamento Académico de Matemáticas**  
**Examen final, diciembre de 2021**  
**Álgebra Superior 1/Pensamiento Matemático**

1. Determina si la proposición  $\neg(P \implies Q)$  es equivalente a la proposición  $P \wedge \neg Q$ .
2. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Demuestra que si  $A \triangle B = A$ , entonces  $B = \emptyset$ .
3. Considera en  $\mathbb{Z}$  la relación  $R$  definida como sigue:  $aRb$  si  $a + b$  es par. Determina si  $R$  es una relación de equivalencia sobre  $\mathbb{Z}$ .
4. Sean  $f : A \rightarrow B$  y  $g : B \rightarrow C$  funciones. Demuestra que si  $g \circ f : A \rightarrow C$  es inyectiva y  $f : A \rightarrow B$  es suprayectiva, entonces  $g : B \rightarrow C$  es inyectiva.
5. Demuestra que para cada  $n \in \mathbb{N}$  con  $n \geq 2$  sucede que

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n}.$$

6. Sean  $a, b$  y  $c$  enteros. Demuestra que si  $(a, b) = 1$  y  $c \mid (a + b)$ , entonces  $(a, c) = 1$  y  $(b, c) = 1$ .