

**Segundo Parcial Departamental . Cálculo Diferencial e Integral III.**  
**Primavera 2022**

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CU: \_\_\_\_\_

i) No se permite el uso de calculadoras.

ii) Cada pregunta vale lo mismo (1/7 cada una).

**Examen Tipo A. Duración: 2 horas**

1. Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  de clase  $C^2$ . Sea  $w = f(u, v)$  y sean  $u = x^2 - y$ ,  $v = x + y^2$ .  
Calcula  $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$  en términos de  $x$ ,  $y$  y derivadas parciales de  $f$ .
2. La ecuación de una curva en el plano  $xy$  está dada por  $x^3 + 3y + x = y^3$ . Encuentra la ecuación de la recta tangente a esta curva en el punto  $P(1, 2)$  y escríbela en la forma  $y = mx + b$ .
3. Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  una función de clase  $C^2$ , tal que  $\nabla f(x, y, z) = (3x^2 + yz, 3z^2 + xz, ayz + xy)$ , donde  $a$  es una constante. Encuentra el valor de  $a$ .
4. Encuentra la ecuación del plano tangente a la superficie en  $\mathbb{R}^3$  dada por la ecuación  $x^3 + y^3 + z^3 = -3xyz + 2$  en el punto  $P(1, -1, 2)$
5. Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x, y) = \frac{x^3}{6} - \frac{y^3}{6} + xy$ . Dibuja en el plano  $xy$  el conjunto de puntos  $(x, y)$  donde  $H_f(x, y)$  es definida negativa.
6. Determina y clasifica los puntos críticos de  $f$  dada por

$$f(x, y) = \frac{x^3}{3} - 9y + \frac{3}{2}x^2 - 3xy + \frac{3}{2}y^2.$$

7. Se  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  de clase  $C^2$  tal que uno de sus puntos críticos es  $(1, 2, -2)$ . La matriz hessiana de  $f$  en  $(1, 2, -2)$  está dada por

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Clasifica dicho punto crítico como *máximo local*, *mínimo local* o *punto silla*.