

**Primer Parcial Departamental . Cálculo Diferencial e Integral III.
Primavera 2022**

NOMBRE: _____ CU: _____

- i) No se permite el uso de calculadoras.
- ii) Cada pregunta vale lo mismo (1/7 cada una).

Examen Tipo A. Duración: 2 horas

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = (y - x^2)(x - y)$. Dibuja la curva de nivel de f que pasa por el punto $(2, 4)$.
2. Demuestra formalmente $(\epsilon - \delta)$ que $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2y}{x^2 + y^2} = 0$.
3. Usa la regla de la cadena para calcular $D(\mathbf{F} \circ \mathbf{G})(1, -1)$ con:
 $\mathbf{F}(u, v) = (v^2 + uv, u^2 + w^2, v - w^3)$ y $\mathbf{G}(x, y) = (x^2 + 2xy, x^3 - y^2)$.
4. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f = f(x, y, z)$, diferenciable y tal que $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 2, -1) = 3$, $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 2, -1) = -2$, $\frac{\partial f}{\partial z}(2, 2, -1) = 2$. Si $g(u, v) = f(u^2 + v^2, 3u + v, uv)$, encuentra el valor de $\frac{\partial g}{\partial v}(1, -1)$.
5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = 3x^2 - bxy + y^3$, donde b es constante. Encuentra el valor de b si $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2, 1+h) - f(2, 1)}{h} = 3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h, 1) - f(2, 1)}{h}$.
6. Una partícula se mueve en el plano xy de tal manera que su posición al tiempo t es $\mathbf{r}(t) = (t - t^3, 2t + t^2)$ para $t \leq 1$. Al tiempo $t = 1$, la partícula comienza a moverse sobre una línea recta a velocidad constante $\mathbf{r}'(1)$. ¿En qué tiempo $t > 1$ la partícula estará en la posición $(-8, 19)$?
7. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = x^3 - xy^2$. Encuentra la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1, 2, -3)$.