

**Examen Final**  
Cálculo Diferencial e Integral II  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
11 de junio de 2022  
**Tipo A**

Nombre: \_\_\_\_\_ CU: \_\_\_\_\_

1(a)	1(b)	1(c)	2	3	4(a)	4(b)	5	6(a)	6(b)	6(c)

**Duración:**  
**8:00 a 10:00 hrs**

Instrucciones:

1. Contesta con claridad y limpieza.
2. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
3. Muestra el trabajo completo y detallado.
4. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

**Examen Final - Tipo A**  
 Cálculo Diferencial e Integral II  
 11 de junio de 2022

1. (a) Encuentra el polinomio de Taylor de grado 3,  $P_3(x)$ , generado por la función  $f(x) = \ln(x)$  en  $x_0 = 1$ .  
 (b) Obtén el valor máximo de  $|f^{(4)}(x)|$  en el intervalo  $[1, 1.2]$ .  
 (c) Usa (1b) para encontrar una cota superior para

$$|\ln(1.2) - P_3(1.2)|.$$

2. Calcula la siguiente integral, o justifica si diverge:

$$\int_2^{\infty} e^{-\sqrt{2x-4}} dx.$$

3. Calcula el límite de la siguiente sucesión, o justifica si diverge:

$$a_n = n \ln(1 + 3^{2/n}).$$

4. Calcula el valor de la serie en cada inciso, o justifica si diverge:

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\ln n}{\ln n^3} \right)^n. \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \arccos\left(\frac{1}{n+1}\right) - \arccos\left(\frac{1}{n}\right) \right].$$

5. Estudia la naturaleza de la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$$

6. La función  $f(x) = \frac{\arctan(3x)}{1+9x^2}$  es positiva y decreciente en  $[1, \infty)$ .

(a) Determina la naturaleza de la integral  $\int_1^{\infty} f(x) dx$  y, en caso de convergencia, indica su valor.

(b) Usando (6a) determina la naturaleza de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan(3n)}{1+9n^2}.$$

(c) Usando (6b) estudia la naturaleza de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+9n^2}.$$

**Cada pregunta tiene el siguiente valor:**

1(a)	1(b)	1(c)	2	3	4(a)	4(b)	5	6(a)	6(b)	6(c)
1.0	0.25	0.5	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	0.25	0.5