Cálculo Diferencial e Integral I

Ejercicios para los Laboratorio 12 y 13

1. Determina los puntos críticos de cada función en el intervalo dado:

   (a) $f(x) = 2x^{1/3} - x^{4/3}$
   $x \in [-8, 27]$

   (b) $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$
   $x \in [-1, 1]$

   (c) $f(x) = \sin(x) - \sqrt{3}\cos(x)$
   $x \in [-\pi/2, \pi]$

   (d) $f(x) = |x + \sin(x)|$
   $x \in [-2\pi, 4\pi]$

2. Julio, quien mide 1.8m, camina hacia una lámpara que está colocada a una altura de 3 metros. Debido a la luz de la lámpara se produce una sombra detrás de Julio, sobre el piso. Si él camina hacia la lámpara a una velocidad de 2m/s, determinar que tan rápido decrece la longitud de la sombra.

3. Determina la linealización de las siguientes funciones alrededor del punto x_0

   (a) $f(x) = (1 + x^2)^k$
   ($k > 1$ dado) y $x_0 = 0$

   (b) $f(x) = \dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$
   $x_0 = 9$

   (c) $f(x) = \sqrt{2+\sqrt{x}}$
   $x_0 = 4$

4. Utiliza aproximación lineal para estimar el valor de las siguientes cantidades:

   (a) $\sqrt[3]{1330}$ sabemos que $\sqrt[3]{1331} = 11$

   (b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{513}}$ sabemos que $\sqrt[3]{512} = 8$

(c) $\tan(44^o)$ sabemos que $\tan(45^o) = 1$

5. Determina los valores de las constantes a, b y c para que la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ tenga un máximo local en (-1,5), un mínimo local en (1,1) y un punto de inflexión cuya abscisa es $x = 0$

6. Graficar las funciones

   (a) $f(x) = 4x^{1/3} + x^{4/3}$

   (b) $g(x) = x^{2/3}(\frac{5}{2} - x)$

   (c) $h(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

   Considerar los siguientes incisos

   - Intersección con los ejes x, y
   - Intervalos crecimiento/decrecimiento, asíntotas
   - Extremos locales
   - Intervalos de concavidad y convexidad,
   - Puntos de inflexión

7. Hallar dos números cuya suma sea 120 de tal forma que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo.

8. Se quiere construir un recipiente cilíndrico metálico de base circular y de $64cm^3$ de volumen. Hallar las dimensiones que debe tener para que la catidad de metal (área total) sea mímima, en el caso que

   (a) el recipiente sea abierto (sin una tapa)

   (b) el recipiente sea cerrado

9. El costo total de producción de x unidades diarias de un producto es de $(x^2/4 + 35x + 25)$ pesos. El precio de venta de una de ellas es de $(50 - x/4)$ pesos.

   (a) Hallar el número de unidades que se deben vender diariamente para que el beneficio sea máximo.

   (b) Demostrar que el costo de producción de una unidad tiene un mínimo relativo.

10. Determinar las siguientes integrales

- $\displaystyle\int \frac{t\sqrt{t}+\sqrt{t}}{t^2}dt$
- $\displaystyle\int \frac{x}{(x-1)^3}dx$
- $\displaystyle\int \frac{x^3}{x-1}dx$
- $\displaystyle\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$